# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 6 JUIN 1932.

PRÉSIDENCE DE M. Robert BOURGEOIS.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Francisco Miranda Da Costa Lobo**, professeur de l'Université de Coïmbre, qui assiste à la séance.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Essai de théorie coordinative de la constitution des composés organiques*. Note de M. **G. Urbain**.

Pour former la liaison C — H, l'atome d'hydrogène doit céder à l'atome de carbone son unique électron. D'où il résulte que, dans le méthane $CH^4$, l'atome de carbone porte sur son orbite L 8 électrons. Il a alors la structure d'un atome de néon.

Par contre, pour former la liaison C — Cl, l'atome de carbone doit céder à l'atome de chlore un électron; de sorte que, dans le tétrachlorure de carbone $CCl^4$, l'atome de carbone a perdu, au bénéfice du chlore, la totalité de ses électrons périphériques. Il a alors la structure d'un atome d'hélium.

Nous dirons que, dans $CH^4$, le carbone est électro-tétravalent négatif, et qu'il est électro-tétravalent positif dans $CCl^4$; ou encore qu'il a l'électrovalence $-4$ dans le méthane, et l'électrovalence $+4$ dans le tétrachlorure de carbone.

Cette manière de voir, conforme aux principes fondamentaux de l'électronique, revient à admettre que, dans les composés organiques, les différents atomes, y compris ceux de carbone, sont porteurs de charges électriques. Ce sont des *ions dissimulés*, comme on dit dans le langage de la théorie des complexes minéraux — ou encore *liés*.

Ces charges existent, en effet, puisque les molécules organiques admettent des moments électriques et que ceux-ci peuvent être mesurés. Ils peuvent même être calculés à partir de modules d'après les représentations stéréochimiques, comme l'a montré M. Allard [1].

Ces charges, que l'expérience met ainsi en évidence, ne peuvent théoriquement provenir que de transferts d'électrons. La mise en commun d'électrons d'atomes liés n'est pas admise dans cette doctrine, les électrons en cause doivent contribuer soit à la structure de l'un, soit à la structure de l'autre de ces atomes, suivant le signe du moment qui correspond à leur liaison.

Il résulte des considérations précédentes que, dans les composés organiques, l'électrovalence du carbone peut prendre toutes les valeurs comprises entre $-4$ et $+4$. Nous venons de voir que ces électrovalences assurent des *liaisons d'électrovalence* — des *électro-liaisons* — par simple transfert d'électrons. Il existe d'autre part, comme nous le démontrerons plus loin, des liaisons d'une autre nature. L'épithète d'*homéopolaire* leur conviendrait, si les atomes qu'elles unissent étaient nécessairement de même signe et leurs électrovalences de même valeur. Mais le développement de ce qui va suivre montrerait qu'il ne peut en être ainsi dans tous les cas. Ces liaisons sont attribuables aux attractions qui peuvent s'exercer entre les ondes qui, d'après la Mécanique ondulatoire, font cortège aux électrons dans l'espace à six dimensions qui est celui de leur univers. Ce seraient alors des *liaisons d'ondes*, ou, si l'on ne veut rien préjuger de leur origine, des *liaisons neutres*.

Dans la théorie des complexes minéraux, des *valences* dites *supplémentaires* sont responsables de telles liaisons neutres. Ce terme ne saurait, sans équivoque, être employé dans une théorie relative à la chimie organique où il est déjà appliqué dans un sens différent.

La somme des électrovalences et des *valences neutres* d'un atome est l'*indice de coordination* ou *coordinence* de cet atome. Dans la théorie organicienne classique, cette coordinence porte le nom de *valence principale*. D'après le principe de Kékulé, la coordinence d'un atome de carbone est généralement égale à 4. Mais ce principe souffre des exceptions, ainsi qu'en témoigne l'existence des nombreux *radicaux libres* récemment isolés.

Les liaisons de carbone à carbone, comme nous le montrerons, sont généralement neutres. D'autre part, les autres atomes sont généralement liés au

---

[1] Allard, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1455.

carbone par des électro-liaisons. Neutralisant les électrovalences du *carbone central* auquel ils sont liés, ils forment avec lui des groupes neutres qui peuvent être considérés comme de véritables *molécules simples*.

Celles-ci sont, en général, trop instables pour subsister à l'état libre. Mais, en faisant partie intégrante de *molécules complexes*, elles acquièrent la stabilité nécessaire. Le cas est assez fréquent dans la chimie des complexes minéraux pour qu'il ne soit nullement surprenant qu'il se présente plus fréquemment encore dans la chimie organique.

Il est ainsi légitime de considérer les molécules organiques riches en atomes de carbone comme des grappes de molécules très simples.

Cette manière de voir permet d'appliquer immédiatement à de nouveaux composés organiques, avec un minimum de changements, les principes de la théorie des complexes minéraux sans porter atteinte à ce qu'il y a d'essentiel et de solidement prouvé dans la théorie organicienne classique.

Puisque les atomes de carbone portent des charges, celles-ci doivent obéir aux règles électrochimiques qui, d'un point de vue théorique et d'une manière générale, dominent les phénomènes d'oxydation et de réduction. Ces règles doivent, d'autre part, se concilier avec celles qui, d'après la doctrine organicienne, régissent les substitutions, et qui permettent les synthèses des molécules les plus lourdes à partir des plus légères.

A cet égard, nous envisagerons ici deux réactions parmi les plus générales qui figurent à la base de la synthèse organique :

(1) $$CH^4 + Cl^2 \rightarrow CH^3Cl + HCl.$$

Cette réaction n'est pas seulement une réaction de substitution, mais encore une réaction d'oxydation au sens électrochimique du terme. En effet, dans la molécule $Cl^2$, chacun des chlores est un atome neutre et ils sont unis par une liaison neutre. Après la réaction, chacun d'eux possède une charge négative. Chacun a donc gagné un électron. Ces deux électrons ne peuvent provenir que de l'atome de carbone, puisque, dans la molécule $CH^4$, il est seul à en posséder. Ce transfert est une véritable oxydation du carbone qui, de la valence —4, a dû passer ainsi à une valence plus élevée dont la valeur est nécessairement —2.

Le carbone étant électrodivalent dans le chlorure de méthyle, celui-ci doit admettre, *en notation dualistique*, la formule $CH^2$, HCl. C'est un chlorhydrate de méthylène, comme $NH^3$, HCl est un chlorhydrate d'ammoniac. Et de même qu'en *notation unitaire* $NH^4Cl$ est un chlorure d'ammonium, $CH^3Cl$ est justement considéré comme un chlorure de méthyle.

Ainsi dans $CH^3.Cl$, le radical méthyle se présente comme un ion lié,
+ —
positif et monovalent, alors que le carbone y est lui-même négatif et électrodivalent.

Considérons maintenant la deuxième réaction de substitution, fondamentale pour la théorie organicienne des structures et des synthèses :

$$(2) \qquad 2CH^3.Cl + 2Na \rightarrow CH^3CH^3 + 2NaCl.$$

Là encore il n'y a pas seulement substitution, mais encore réduction.

En effet, les deux atomes de sodium qui figurent dans le premier membre de l'équation sont neutres. On les retrouve, après la réaction, à l'état de chlorure de sodium, où ils sont positifs. Chacun d'eux a dû perdre un électron. Comme dans l'un et l'autre membre de l'équation les atomes de chlore sont chargés négativement (et par conséquent sont saturés d'électrons), les électrons perdus par les sodiums ne pouvent avoir été recueillis que par les carbones. Chacun des carbones, de négatif et électrodivalent qu'il était, est donc devenu électrotrivalent tout en restant négatif. Ces carbones ont été ainsi *réduits* au sens électrochimique du terme. Le radical $CH^3$ lui-même est devenu neutre, pouvant faire ainsi figure de molécule simple. Trop instable pour subsister à l'état libre (Paneth, *Ber. deutsch. chem. Ges.*, 64, 1931), il se soude à lui-même pour former une molécule double (donc complexe) qui est l'éthane. La liaison des deux méthyles ne peut être dans ces conditions qu'une liaison neutre, ce qui est justifié par la valeur nulle du moment électrique de l'éthane.

Par des raisonnements semblables, on démontrerait que l'électrovalence du carbone doit avoir la valeur zéro dans le chlorure de méthylène $CH^2Cl^2$ ; que dans l'éthylène $CH^2CH^2$, l'électrovalence des carbones doit avoir la valeur —2, la liaison des deux carbones étant une liaison neutre; que, dans l'acétylène CH.CH chaque carbone doit avoir l'électrovalence —1, la liaison des deux carbones étant également neutre. La neutralité des liaisons de carbone à carbone ressort ici de la valeur nulle des moments électriques de l'éthylène et de l'acétylène.

Les liaisons de carbone à carbone ne ressortissaient pas à la systématique des complexes minéraux suivant A. Werner. Des liaisons du même genre existent cependant en chimie minérale, telles celles qui unissent l'azote à l'azote dans $N^2O^4$, et le fer au fer dans $Fe^2Cl^6$. On ne peut douter de leur légitimité.

Signalons encore que dans le chloroforme $CCl^3H$, le carbone admet

l'électrovalence $+2$, ce qui permet de considérer le chloroforme comme un chlorhydrate de chlorure carboneux $CCl^2$, HCl.

Nous remarquerons enfin que, dans le sodium-méthyle $CH^3$. Na, le carbone a nécessairement l'électrovalence $-4$, et que le radical $CH^3$ s'y présente comme négatif et monovalent. Ainsi le même radical $CH^3$ peut être soit positif ($CH^3$. Cl), soit neutre ($CH^3$. $CH^3$), soit négatif ($CH^3$. Na). Les électrovalences du carbone y varient en conséquence.

Si maintenant on substituait, aux atomes H des formules précédentes, des radicaux aryles, il n'y aurait qu'à répéter ce qui vient d'être dit pour faire une théorie des radicaux libres à atome de carbone de valence organicienne aberrante. Ainsi la théorie des radicaux libres se présente, dans cet essai de théorie coordinative, comme un cas particulier d'une doctrine plus générale et l'existence réelle de ces radicaux comme un fait parfaitement normal.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur le régime non turbulent au delà du critérium des tourbillons alternés.* Note [1] de MM. **C. Camichel**, **P. Dupin** et **M. Teissié-Solier**.

Nos recherches antérieures [2] concernant l'étude du sillage d'un obstacle immergé dans un courant liquide ont montré, pour des nombres de Reynolds légèrement supérieurs au criterium des tourbillons alternés de Bénard-Karmann, la coexistence de ces tourbillons et du régime non turbulent caractérisé par les courbes $\alpha\beta$. Pour préciser ce point, il nous a paru intéressant de rechercher si les propriétés de ces courbes varient d'une façon continue en fonction du nombre de Reynolds quand on dépasse le critérium des tourbillons alternés.

Pour examiner cette question, nous avons utilisé un obstacle de section trapézoïdale, ayant comme base 10 et $20^{mm}$ et comme épaisseur $5^{mm}$, placé dans l'axe d'un ajutage à section carrée de $40^{mm}$ de côté, ses extrémités s'appuyant aux parois. Le liquide employé était de l'huile ayant comme coefficient cinématique de viscosité à $13^{\circ},6$, $\mu/\rho = 0,30$. Le biseau de cet obstacle était orienté vers l'aval. Nous avons déterminé, pour des nombres de Reynolds croissants, la vitesse en des points M voisins de la face AB de

(1) Séance du 30 mai 1932.

(2) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1556.

l'obstacle (*fig.* 1) et situés à des distances respectives de $0^{mm},82$ et de $0^{mm},41$

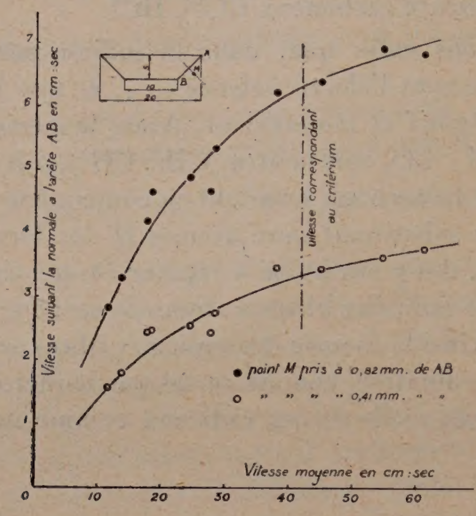



Fig 1. — Forme et dimensions de l'obstacle et courbes donnant la valeur de la vitesse au point M en fonction de la vitesse moyenne dans l'ajutage.

de cette paroi sur la normale au millieu de celle-ci. Sur les figures 2 et 3 sont reproduites deux chronophotographies correspondant à des nombres

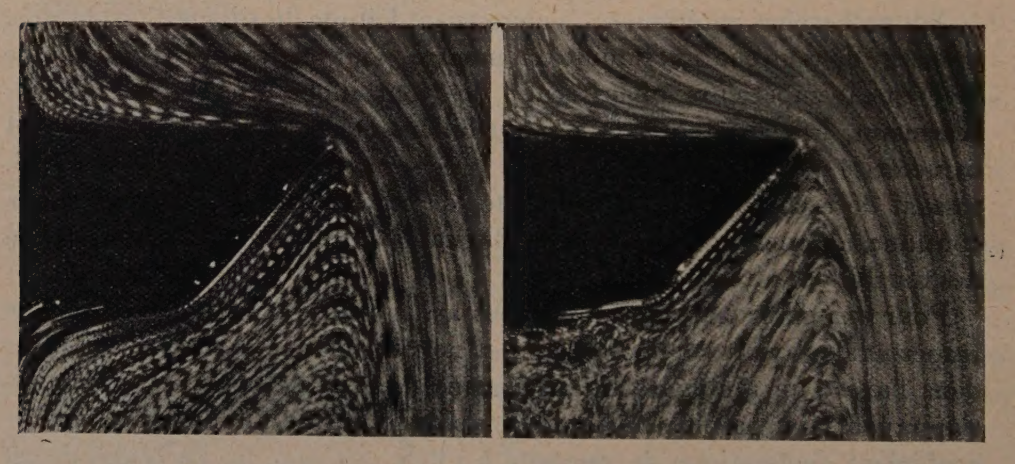


Fig. 2. — Chronophotographie correspondant à un nombre de Reynolds inférieur au critérium des tourbillons alternés.

Fig. 3. — Chronophotographie correspondant à un nombre de Reynolds supérieur au critérium des tourbillons alternés.

de Reynolds inférieurs (*fig.* 2) et supérieurs (*fig.* 3) au critérium des tourbillons alternés. La courbe $\alpha\beta$ étant arc-boutée contre la paroi et protégée par celle-ci contre l'influence des tourbillons alternés, le régime non turbu-

lent se conserve dans cette portion du liquide pour des vitesses bien supérieures à celles qui correspondent au critérium, alors que les autres portions de la même courbe $\alpha\beta$ sont complètement disloquées par les tourbillons alternés (*fig*. 3).

Nous avons pris une série de chronophotographies pour des vitesses croissantes du liquide, et pour chacune d'elles, nous avons construit la courbe C de répartition des vitesses sur la normale au milieu de la paroi AB. Les débits étaient déterminés par des jaugeages et permettaient ainsi de connaître la vitesse moyenne dans l'ajutage. Nous avons déduit, des courbes C, les courbes ayant comme abscisses les vitesses moyennes dans l'ajutage, et comme ordonnées les vitesses correspondant aux points M. Ces courbes sont régulières et ne présentent pas d'anomalies systématiques quand on dépasse le critérium des tourbillons alternés (*fig*. 1). On peut dire par conséquent que le régime non turbulent au voisinage d'un obstacle se prolonge d'une façon continue pour des nombres de Reynolds supérieurs au critérium lorsque les tourbillons alternés sont complètement établis.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles recherches sur la descendance de certaines Composées greffées*. Note de M. **Lucien Daniel**.

Dans des travaux antérieurs [1], j'ai montré que les descendants des *Helianthus*, des *Tanacetum* et des *Artemisia* greffés dans certaines conditions subissent au bout d'un temps variable cet ébranlement de l'espèce ou affolement qui permet, par sélection, d'obtenir des variétés nouvelles.

Chez les *Helianthus tuberosus Mangini* et quelques autres formes obtenues par semis des graines du type greffé sur Soleil annuel, j'ai observé l'an dernier deux formes nouvelles, l'une à feuilles alternes, l'autre à feuilles verticillées par trois. Les ayant multipliées en février dernier par tubercules, j'ai constaté que la plupart des exemplaires ont reproduit ces anomalies. Je continuerai cette sélection et j'espère fixer les deux caractères.

Les exemplaires de l'*Artemisia Absinthium* provenant de semis faits en 1929 se sont comportés de façon particulièrement intéressante. Aucun

---

(1) Lucien Daniel, *Études sur la greffe*, 3, p. 1216 et suiv., Rennes, 1930; *Persistance et accentuation des variations du Topinambour greffé sur le Soleil annuel* (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 904).

ne se ressemble entièrement comme morphologie et rythme de développement. Les variations observées se sont produites en plusieurs directions.

Certaines, dues aux changements de *nutrition* consécutifs à la symbiose, correspondent aux périodes de suralimentation ou de disette subies par



Fig. 1. — Exemplaire arborescent d'Absinthe à tiges aériennes très ligneuses, devenues vivaces et polycarpiques. A gauche est placé un décimètre.

l'épibiote au cours de son existence prolongée. Telles sont les modifications observées dans les dimensions de l'appareil végétatif ou reproducteur, dans la forme, le parfum, le goût, la teinte des feuilles et des tiges.

Quelques-unes sont *orientées* dans le sens de l'hypobiote qui a transmis plusieurs de ses caractères spécifiques aux descendants de son conjoint. Telles sont l'augmentation de la durée de la vie des pousses annuelles devenues *vivaces*, leur *transformation ligneuse* et l'augmentation de leur épaisseur qui leur permet d'atteindre un diamètre de $3^{cm}$ environ (*fig.* 1); la

disposition *frutescente* de certains individus ramifiés dès la base sur l'axe principal et prenant des dimensions anormales; enfin la disposition *arbo-*



Fig. 2. — Autre exemplaire arborescent d'Absinthe, âgé de deux ans, qui va fleurir cet été.

*rescente*, particulièrement nette chez un exemplaire (*fig.* 2) qui possède actuellement un tronc de $20^{cm}$ de haut surmonté d'une charpente en boule de $60^{cm}$ de hauteur.

Une troisième série de modifications a porté sur les rythmes de végétation et l'acquisition de propriétés nouvelles n'existant ni chez l'un, ni chez l'autre des symbiotes. Ainsi des pieds du semis de 1930 ont fleuri au cours de l'été 1931 puis sont morts en entier l'hiver dernier, devenant ainsi *bisannuels*. D'autres n'ont pas fleuri en 1931, mais vont fleurir cette année pour mourir ensuite comme j'en ai antérieurement déjà observés, et ils seront ainsi *plurannuels*. Quelques-uns ont fleuri en 1931 et, après avoir

passé l'hiver, leur tige a fourni au voisinage de l'inflorescence des pousses de remplacement vigoureuses (*fig.* 1) qui vont fleurir cette année en donnant une Absinthe arborescente *vivace par ses parties aériennes*. Les exemplaires restants ont fourni une très singulière disjonction des caractères spécifiques de *durée* et de *fructification*. Sur d'assez nombreux exemplaires j'ai observé à la fois, soit des tiges aériennes bisannuelles et d'autres plurannuelles monocarpiques, soit des tiges bisannuelles ou plurannuelles monocarpiques coexistant avec des tiges aériennes vivaces polycarpiques.

Enfin, chez des pieds plurannuels à tiges allongées herbacées, la tendance au marcottage est apparue. Cette dernière série de transformations rappelle celle du *Tanacetum Balsamita* (¹) et a sans doute la même origine. Au printemps, ces tiges ont formé à leur sommet des touffes plus ou moins volumineuses de rameaux feuillés. Peu à peu, leur poids augmentant, celles-ci se sont couchées sur le sol pour s'y enraciner.

M. **A. Calmette** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de ses collaborateurs, MM. **L. Nègre** et **A. Boquet**, *Sur le traitement de la tuberculose par l'antigène méthylique* (*antigénothérapie*), dont il a écrit la *Préface*.

Il offre en outre un exemplaire du volume que vient de publier l'Institut Pasteur sur la *Vaccination préventive de la tuberculose de l'homme et des animaux par le BCG* (*Documents et rapports provenant des divers pays, la France exceptée, et transmis à l'Institut Pasteur en* 1932).

De la part des auteurs MM. **André Nessi** et **Léon Nisolle**, M. **d'Ocagne** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Appareils pour le calcul mécanique de l'intégrale du produit de deux fonctions*, brochure dont il a lui-même écrit la *Préface*. Construits en vue de la résolution de problèmes soulevés par l'étude d'installations de chauffage fonctionnant en régime discontinu, ces appareils peuvent être utilisés pour maints autres problèmes d'intégration, notamment pour ceux qui se présentent à l'occasion de la détermination des moments et centres de gravité, de la résolution d'équations intégrales linéaires du type de Volterra ou du type de Fredholm, du calcul des coefficients des développements en série de Fourier.

---

(¹) Lucien Daniel, *Marcottage naturel des rhizomes aériens du* Tanacetum Balsamita *greffé sur le* Chrysanthemum frutescens (*Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 1377).

Sir **A. E. Wright** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage *Principles of Microscopy, being a Handbook to the Microscope.*

## ÉLECTIONS.

M. **Émile Picard** est réélu membre de la Commission administrative de la Fondation Carnegie (*Fonds des Héros français*).

## NOMINATIONS.

M. **M. d'Ocagne** représentera l'Académie (avec les membres déjà désignés) au *Cinquième centenaire de l'Université de Caen*, dont la date est définitivement fixée aux 9, 10 et 11 juillet 1932.

## PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire de *Cryptogamie* vacante au Muséum national d'Histoire naturelle, pour la première ligne, M. *Pierre Allorge* obtient 41 suffrages contre 8 à M. *Roger Heim*. Pour la seconde ligne, M. *Roger Heim* obtient 38 suffrages. Il y a un bulletin nul et un bulletin blanc.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation nationale comprendra :

*En première ligne*................ M. **Pierre Allorge**
*En seconde ligne*................ M. **Roger Heim**

## CORRESPONDANCE.

M. **René Dubrisay** adresse un Rapport sur l'emploi qu'il a fait de la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1931.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° A. Brester et T. van Lohuizen. *Le Soleil. Ses phénomènes les plus importants, leur littérature et leur explication.*

2° *Théorie de la quantification dans la nouvelle Mécanique*, par Louis de Broglie. (Présenté par M. É. Borel.)

3° *De l'emploi des droites isotropes comme axes de coordonnées. Nouvelle géométrie du triangle*, par André Haarbleicher. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

GÉOMÉTRIE. — *Les invariants intégraux et la topologie de l'espace projectif réglé.* Note de M. **Ehresmann**, présentée par M. Élie Cartan.

M. Cartan a montré [1] que, dans un espace homogène à groupe fondamental clos, la détermination des invariants intégraux fournit des renseignements précis sur la topologie de cet espace. On peut appliquer ces idées à l'étude de la variété formée par les droites, ou plus généralement par les plans ou hyperplans à $k$ dimensions, de l'espace projectif complexe à $n$ dimensions complexes.

Le groupe G projectif unimodulaire de la forme d'Hermite

$$x_1\overline{x_1}+x_a\overline{x_a}+\ldots+x_{n+1}\overline{x_{n+1}}$$

transforme transitivement la variété des droites de l'espace projectif ($x_1$, $x_2$, ..., $x_{n+1}$). L'espace des droites, qui admet G comme groupe fondamental clos, est symétrique, car le sous-groupe $g$ qui laisse invariante la droite origine ($x_3=\ldots=x_{n+1}=0$) est le plus grand sous-groupe invariant pour l'involution

$$x'_1=x_1,\quad x'_2=x_2,\quad x'_3=-x_3,\quad \ldots,\quad x'_{n+1}=-x_{n+1}.$$

En remplaçant $x_3$, $x_4$, ..., $x_{n+1}$ par $y_1$, ..., $y_q$, le sous-groupe $g$ s'écrit

$$\begin{aligned}
x'_1&=a_{11}x_1+a_{12}x_2,\\
x'_2&=a_{21}x_1+a_{22}x_2,\\
y'_1&=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots b_{11}y_1+\ldots+b_{1q}y_q,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\
y'_q&=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots b_{q1}y_1+\ldots+b_{qq}y_q.
\end{aligned}$$

(1) *Annales de la Soc. pol. de Math.*, 8, 1929, p. 181-225.

Les transformations infinitésimales qui changent de signe pour l'involution considérée sont

$$
\begin{aligned}
\delta x_1 &= \ldots\ldots\ldots\ldots - \overline{\omega}'_1 y_1 - \overline{\omega}^1_2 y_2 \ldots - \overline{\omega}^2_q y_q,\\
\delta x_2 &= \ldots\ldots\ldots\ldots - \overline{\omega}^2_1 y_1 - \overline{\omega}^2_2 y_2 \ldots - \overline{\omega}^2_q y_q,\\
\delta y_1 &= \omega'_1 x_1 + \omega^2_1 x_2,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\
\delta y_q &= \omega'_q x_1 + \omega^2_q x_2.
\end{aligned}
$$

Elles transforment la droite origine en la droite d'équations

$$
\begin{aligned}
&y_1 + \omega'_1 x_1 + \omega^2_1 x_2 = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\
&y_q + \omega'_q x_1 + \omega^2_q x_2 = 0.
\end{aligned}
$$

Les quantités $\omega^i_j$ et $\overline{\omega^i_j}$ peuvent être considérées comme les coordonnées des droites infiniment voisines de la droite origine. Lorsque les $x$ et les $y$ sont transformés par $g$, les variables $\omega^i_j$ et $\overline{\omega^i_j}$ sont transformées suivant un groupe linéaire $\gamma$ qui opère en définitive de la façon suivante :

Les $\omega^i_j$ sont multipliées d'abord par un même facteur $e^{i0}$ et ensuite $\omega^i_j$ est transformé comme le produit $\overline{x_i} y_j$, où les $x$ et les $y$ subissent des transformations hermitiennes *unimodulaires*.

Un invariant intégral dans l'espace des droites correspond à une forme extérieure en $\omega^i_j$ et $\overline{\omega^i_j}$ à coefficients constants et invariante par le groupe $\gamma$. Le raisonnement fait par M. Cartan à propos de l'espace projectif ponctuel donne le résultat suivant :

Il n'y a que des invariants intégraux d'ordre pair. Le nombre d'invariants intégraux linéairement indépendants d'ordre $2s$ est égal à la valeur moyenne du carré du module du caractère du groupe linéaire $\gamma_s$ suivant lequel sont transformés les produits extérieurs $[\omega^{i_1}_{j_1} \omega^{i_2}_{j_2} \ldots \omega^{i_s}_{j_s}]$.

Pour trouver cette valeur moyenne, nous réduisons $\gamma_s$ en groupes linéaires irréductibles. Un tel groupe irréductible sera équivalent au produit de deux représentations linéaires irréductibles d'ordre $s$ respectivement des deux groupes hermitiens unimodulaires dont l'un opère sur les $x$ et l'autre sur les $y$. D'après M. H. Weyl (¹), une représentation linéaire irréductible du premier groupe, de poids dominant $\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2$, est associé à un certain schéma de deux lignes que nous désignons par $(\alpha_1 \alpha_2)$ avec $\alpha_1 + \alpha_2 = s$ et $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq 0$. Une représentation linéaire irréductible du

(¹) *Math. Zeitschrift*, 23, 1925, p. 287.

deuxième groupe, de poids dominant

$$\beta_1\mu_1 + \beta_2\mu_2 + \ldots + \beta_p\mu_p, \qquad \text{où} \quad p < q \quad \text{et} \quad \beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_p = s,$$

correspond à un autre schéma $(\beta)$. Pour que le produit de ces deux représentations figure dans la réduction de $\gamma_s$, il faut et il suffit que l'on passe du schéma $(\alpha_1, \alpha_2)$ au schéma $(\beta)$ par l'échange des lignes et des colonnes. A chaque schéma $(\alpha_1, \alpha_2)$ avec au plus $q$ colonnes correspond alors un groupe irréductible et un seul contenu dans $\gamma_s$, la variable dominante étant

$$[\omega'_1 \omega'_2 \ldots \omega'_{\alpha_1} \omega^2_1 \omega^2_2 \ldots \omega^2_{\alpha_2}].$$

D'où :

THÉORÈME. — *La valeur moyenne du carré du module du caractère de $\gamma_s$ est égal au nombre de schémas $(\alpha_1, \alpha_2)$ avec $q \geqq \alpha_1 \geqq \alpha_2 \geqq 0$ et $\alpha_1 + \alpha_2 = s$.*

A chaque groupe irréductible obtenu correspond une forme extérieure invariante d'ordre $2s$ que nous désignons par $\Omega(\alpha_1, \alpha_2)$ et qui fournit une intégrale de différentielle exacte. Cette intégrale est nulle lorsqu'on l'étend à une variété fondamentale de Schubert $[a_1, a_2]$ à $s$ dimensions complexes, sauf si la variété a pour symbole $[\alpha_2, \alpha_1 + 1]$. Les formes $\Omega$ n'étant définies qu'à un facteur constant près, on peut supposer que $\int \Omega(\alpha_1, \alpha_2)$ étendue à $[\alpha_2, \alpha_1 + 1]$ soit égale à 1.

D'après les théorèmes démontrés par M. de Rham [1], on peut conclure : Dans l'espace complexe des droites, les nombres de Betti relatifs aux dimensions impaires sont nuls. Une base de l'homologie avec division pour les cycles de dimension $2s$ est fournie par les variétés fondamentales de Schubert $[a_1, a_2]$ avec $a_1 + a_2 = s + 1$.

Les résultats précédents se généralisent facilement quand on considère la variété des hyperplans à $k$ dimensions de l'espace projectif complexe à $n$ dimensions.

## GÉOMÉTRIE. — *Certaines courbes qui généralisent les coniques.* Note [2] de M. D. V. JONESCO, présentée par M. Élie Cartan.

Je me propose de montrer quelques problèmes sur le mouvement d'un point dont les trajectoires sont des courbes généralisant les coniques.

1. Je cherche d'abord le mouvement d'un point M dont la projection de

---

[1] *Journ. de Math. pures et appl.*, 10, 1931, p. 115-200.

[3] Séance du 8 février 1932.

la vitesse sur la perpendiculaire au rayon vecteur est égale à une constante $k$, et dont la projection sur une droite fixe $\Delta$ est animée d'un mouvement uniforme de vitesse $a$.

En prenant la droite $\Delta$ comme axe $Oy$, on trouve que l'équation de la trajectoire en coordonnées polaires est

$$(1) \qquad r = A \frac{\operatorname{tang}^{\frac{a}{k}} \frac{\theta}{2}}{\sin\theta},$$

où A est une constante quelconque.

L'accélération du point M est parallèle à l'axe $Ox$, et a pour expression

$$\vec{J} = -\frac{k^2}{A} \operatorname{cotg}^{\frac{a}{k}-1} \frac{\theta}{2} + \frac{k(k-a)}{A} \frac{\operatorname{cotg}^{\frac{a}{k}} \frac{\theta}{2}}{\sin\theta}.$$

Pour $a = k$, on retrouve un résultat classique, la trajectoire est une parabole, et l'accélération est constante.

Les courbes représentées par l'équation (1) ont la propriété suivante : en désignant par Q le point où la tangente en M rencontre l'axe $Ox$, on a

$$(2) \qquad OQ = \frac{k}{a} r,$$

ce qui montre qu'on peut regarder les courbes (1) comme généralisant la parabole aussi à un autre point de vue.

II. Je cherche maintenant le mouvement d'un point M dont la projection de la vitesse sur la perpendiculaire au rayon vecteur est égale à $k$, et dont le mouvement se fait suivant la loi des aires par rapport au point P.

En prenant OP comme axe $Ox$, l'équation de la trajectoire est

$$(3) \qquad \frac{1}{r} = \frac{\lambda - c\cos\theta}{\lambda^2 - c^2} + A \sin\theta \operatorname{tang}^{\frac{\lambda}{c}} \frac{\theta}{2},$$

où A est une constante quelconque, $c$ désigne la distance OP et $\lambda$ le rapport de la constante des aires C à $k$. Je laisse de côté le cas $\lambda = \pm c$.

L'accélération du point M est donnée par la formule

$$\vec{J} = -\frac{k^2}{\lambda^2 - c^2} \overrightarrow{PM} - A k^2 \frac{\lambda + c\cos\theta}{c^2 \sin\theta} \operatorname{tang}^{\frac{\lambda}{c}} \frac{\theta}{2} \overrightarrow{PM}.$$

Dans le cas $A = 0$, on trouve la réciproque d'un résultat bien connu, la trajectoire est une conique ayant P pour centre et O pour foyer et dont l'accélération est proportionnelle à la distance du point M au centre.

Les courbes représentées par l'équation (3) jouissent, lorsque $A \neq 0$, de la propriété suivante :

$$(4) \qquad OQ = \frac{cr}{r - \lambda},$$

où Q est le point où la tangente en M à la courbe rencontre OP.

On démontre aussi que réciproquement les courbes qui ont la propriété (4) sont données par l'équation (3). Je traiterai à part les courbes pour lesquelles OQ est une fonction homographique quelconque de $r$.

Dans le cas $A = 0$, c'est-à-dire dans le cas des coniques, la démonstration qui m'a conduit à la formule (4) montre la propriété suivante :

Si O est le foyer d'une conique quelconque, Q l'intersection de la tangente en M à la conique avec l'axe de la conique passant par O, et si R est l'intersection de la perpendiculaire en Q à MQ avec OM, on a

$$OQ = e . OR,$$

$e$ étant l'excentricité de la conique.

III. Je cherche enfin le mouvement d'un point M dont les projections de la vitesse sur les perpendiculaires aux rayons vecteurs OM et O′M sont des constantes $a$ et $b$.

En prenant OO′ comme axe O$x$, et en désignant les angles $x$OM, $x$O′M par $\theta$ et $\theta'$, l'équation de la trajectoire est

$$(5) \qquad \operatorname{tang}^a \frac{\theta'}{2} = A \operatorname{tang}^b \frac{\theta}{2},$$

où A est une constante quelconque.

L'accélération du point M est

$$\vec{J} = -a \frac{b - a \cos u}{rr' \sin^2 u} \overrightarrow{O'M} - b \frac{a - b \cos u}{rr' \sin^2 u} \overrightarrow{OM},$$

où $u$ est l'angle OMO′ égal à $\theta' - \theta$.

Dans le cas $a = b$, la trajectoire est une ellipse qui a O et O′ pour foyers. L'équation (5) montre que lorsque M décrit l'ellipse, le rapport du rayon du cercle inscrit au triangle OMO′ au rayon du cercle exinscrit au même triangle, relativement au sommet M, est constant.

Dans le cas $a = -b$, la trajectoire est une hyperbole ayant O et O′ pour foyers. L'équation (5) montre que lorsque le point M décrit l'hyperbole, le rapport des rayons des cercles exinscrits au triangle OMO′, relativement aux sommets O et O′, est constant.

Les cas précédents $a = \pm b$ sont les réciproques des propriétés bien connues du mouvement d'un point attiré ou repoussé par deux centres proportionnellement à la distance.

ALGÈBRE. — *Formes d'Hermite, groupe de Picard et théorie des idéaux de quaternions.* Note de M. **Rud. Fueter.**

La liaison intime qui existe entre les formes quadratiques binaires et la théorie des idéaux d'un corps quadratique est bien connue. Une semblable relation peut être établie entre la forme d'Hermite :

$$A\xi\bar{\xi} + B\xi\bar{\eta} + \bar{B}\bar{\xi}\eta + C\eta\bar{\eta},$$

et la théorie des idéaux dans certains *anneaux de quaternions*. Cette dernière théorie fournit tous les résultats classiques d'Hermite [1], et montre sous un point de vue légèrement différent l'importance primordiale du groupe traité d'une manière magistrale par M. Picard [2].

1° Soient 1, $i_1$, $i_2$, $i_3$ les unités quaternions. D'après Hurwitz [3] les quaternions

$$x_0 + x_1 i_1 + x_2 i_2 + x_3 \rho, \quad \rho = \frac{1}{2}(1 + i_1 + i_2 + i_3)$$

forment un domaine d'intégrité maximum, si les $x$ parcourent tous les nombres rationnels entiers. Le nombre des classes d'idéaux (gauches) dans ce domaine est égal à 1. On montre facilement que ce domaine de Hurwitz peut être représenté de la manière suivante : $\xi + \eta\rho$ (ainsi que $\xi + \rho\eta$), où $\xi$, $\eta$ parcourent tous les nombres entiers complexes de Gauss avec les unités 1, $i_1$. J'appelle 1, $\rho$ une base du domaine de Hurwitz relative au corps $k(i_1)$. Plus généralement j'appelle $\omega_1$, $\omega_2$ la base d'un idéal $\mathfrak{a}$ gauche [4] relative à $k(i_1)$, si tous les quaternions de $\mathfrak{a}$ sont représentés par $\xi_1\omega_1 + \xi_2\omega_2$, $\xi_1$, $\xi_2$ parcourant tous les entiers de $k(i_1)$, et si $\omega_2\omega_1^{-1}$ possède des composantes troisième et quatrième positives (l'une peut être nulle). On démontre que chaque $\mathfrak{a}$ possède une base relative et qu'on reçoit toutes

(1) Ch. Hermite, *Œuvres*, Paris, 1, 1905, p. 234 et suiv.

(2) E. Picard, *Selecta*, Paris, 1928, p. 103 et suiv.

(3) A. Hurwitz, *Vorlesungen über die Zahlentheorie der Quaternionen*, 1919.

(4) La théorie des idéaux droits peut être développée de la même manière.

les bases relatives par les substitutions du groupe de Picard du corps $k(i_1)$:

$$\omega'_2 = \alpha\omega_2 + \beta\omega_1, \quad \omega'_1 = \gamma\omega_2 + \delta\omega_1, \qquad \alpha\delta - \beta\gamma = 1.$$

Parmi ces bases relatives se trouve toujours la *base relative canonique* $n\tau$, $(\iota + \rho)\tau$, où $n$ est un nombre rationnel entier positif, $\tau$, $\iota$ des entiers du corps $k(i_1)$, et $n(\iota + \rho) \equiv 0 \pmod{n}$, [$n(\ )$ égale à la norme du quaternion.]

2. *Anneaux de quaternions.* — Soit $\varphi = f_0 + f_1 i_1$ un nombre entier de $k(i_1)$, et supposons $f_0 > 0$ $f_0 \geqq f_1$. Le domaine de tous les quaternions $\lambda + \Omega'\varphi$ [où $\lambda$ est un nombre de $k(i_1)$ et $\Omega'$ un quaternion quelconque], possédant des composantes rationnelles, dont les dénominateurs sont premiers avec $n(\varphi) = \varphi\bar{\varphi}$, forme un *anneau*; en effet somme, différence et produit de deux de ces quaternions donnent un quaternion du domaine. J'appelle ce domaine l'*anneau gauche* $r(\varphi$. Le quotient $\Omega_2\Omega_1^{-1}$, ou $\Omega_1^{-1}\Omega_2$ de deux quaternions $\Omega_1$ et $\Omega_2$ de $r(\varphi$ appartient aussi à $r(\varphi$, si $n(\Omega_1)$ est premier avec $n(\varphi)$. J'appelle $\varphi$ le *guide* de $r(\varphi$.

Soient $(\mathfrak{a} = (n, \iota + \rho)$ un idéal gauche, $n$, $\iota + \rho$ sa base canonique relative à $k(i_1)$; nous supposons $n$ premier avec $n(\varphi)$. Tous les quaternions de $(\mathfrak{a}$, appartenant à l'anneau $r(\varphi$ forment l'*idéal d'anneau gauche* $(\mathfrak{a}_r$. Celui-ci est un module et peut être donné par la base canonique relative à $k(i_1)$

$$(\mathfrak{a}_r = (n, j + \rho\varphi) \quad [j \text{ un nombre de } k(i_1)],$$

où $n(j + \rho\varphi) \equiv 0 \pmod{n}$. Les autres bases relatives à $k(i_1)$ se déduisent de la base canonique par les substitutions du groupe de Picard. J'appelle $n$ la norme de $(\mathfrak{a}_r$, et je dis $(\mathfrak{a}_r$ premier avec $\varphi$, si $n$ est premier avec $n(\varphi)$.

Soient $(\mathfrak{a}_r$ et $(\mathfrak{b}_r$ premiers avec $\varphi$; je dis que $(\mathfrak{a}_r$ et $(\mathfrak{b}_r$ sont *équivalents* et appartiennent à la même *classe d'idéaux d'anneau* $r(\varphi$, s'il existe un quaternion $\Omega$ de $r(\varphi$ tel que $(\mathfrak{a}_r = (\mathfrak{b}_r\Omega$.

J'écris $(\mathfrak{a}_r \sim (\mathfrak{b}_r \pmod{\varphi}$ *Le nombre des classes est fini*, et peut se calculer.

3° Tous les quaternions de $(\mathfrak{a}_r$ sont donnés par $\xi n + \eta(j + \rho\varphi)$, où $\xi$, $\eta$ parcourent tous les entiers de $k(i_1)$. On fait correspondre univoquement à $(\mathfrak{a}_r$ la forme d'Hermite :

$$\frac{n(\xi n + \eta(j + \rho\varphi))}{n} = n\xi\bar{\xi} + \left(j + \varphi\frac{1 + i_1}{2}\right)\bar{\xi}\eta + \left(\bar{j} + \bar{\varphi}\frac{1 - i_1}{2}\right)\xi\bar{\eta} + \frac{n(j + \rho\varphi)}{n}\eta\bar{\eta},$$

qui possède le discriminant $= 1/2\varphi\bar{\varphi}$ [1]. Soit $(\mathfrak{b}_r = (m, x + \rho\varphi)$ un second idéal d'anneau, équivalent au premier : $(\mathfrak{a}_r \sim (\mathfrak{b}_r \pmod{\varphi})$, la forme correspondant à $(\mathfrak{b}_r$ est :

$$\frac{n(\xi' m + \eta'(x + \rho\varphi))}{m}.$$

D'autre part, il existe à cause de l'équivalence une substitution $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \delta & \gamma \end{pmatrix}$ du groupe de Picard, pour laquelle

$$\begin{aligned} (x + \rho\varphi)\Omega &= \alpha(j + \rho\varphi) + \beta n \\ m\Omega &= \gamma(j + \rho\varphi) + \delta n \end{aligned} \qquad (\alpha\delta - \beta\gamma = 1),$$

où $\Omega$ est un quaternion de $r(\varphi$. Il s'ensuit $n(\Omega) = n/m$, et la forme d'Hermite correspondant à $(\mathfrak{b}_r$ devient :

$$\frac{n(\xi' m + \eta'(x + \rho\varphi))}{m} = \frac{(\xi n + \eta(j + \rho\varphi))}{n},$$

où $\xi = \xi'\delta + \eta'\beta$, $\eta = \xi'\gamma + \eta'\alpha$.

Ces considérations donnent le théorème :

*A deux idéaux d'anneau équivalents* $\pmod{\varphi}$ *correspondent deux formes d'Hermite équivalentes de discriminant* $1/2\varphi\bar{\varphi}$. *Chaque forme d'Hermite représente les normes de tous les idéaux d'anneau d'une classe.*

## ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de Riquier.* Note de M. M. Ghermanesco, présentée par M. Goursat.

M. M. Nicolesco [2] s'occupe d'un problème analogue à celui de Riquier, concernant l'équation

$$\Delta^n u = f. \tag{1}$$

Je possède depuis longtemps les résultats de M. Nicolesco et je ne leur ai donné aucune publicité, d'abord parce que je les supposais connus et ensuite parce que je les considérais comme secondaires, et m'en servais

---

[1] Il existe ici entre cette forme et celles qui se présentent dans la théorie d'Hermite la même différence qu'entre les formes quadratiques binaires à deuxième coefficient pair de la théorie de Gauss et celles correspondant aux idéaux d'un corps quadratique.

[2] *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 682.

pour la résolution d'un problème qui concernait l'équation plus générale

$$\Delta^n u + \lambda_1 \Delta^{n-1} u + \ldots + \lambda_n u = \begin{cases} 0 \\ f \end{cases} \qquad (2)$$

dont j'ai donné la solution ailleurs [1], préparée par diverses Notes des *Comptes rendus* [2].

1. Dans mes recherches, je fais constamment emploi [3] de la fonction

$$G_k(M, P) = -\frac{1}{(p-2)s_p}\int_D G_{k-1}(M, M_1)G_1(M_1, P)\, d\omega_{M_1},$$

$G_1(M, P)$ étant la fonction classique de Green pour l'équation de Laplace.

Je démontre, entre autres, les propriétés suivantes :

*a.* $G_k(M, P)$ *est symétrique par rapport aux coordonnées des points* M *et* P.

*b.* $G_k(M, P)$ *est un noyau fermé, c'est-à-dire qu'on ne peut pas avoir*

$$\int_D G_k(M, P)\, h(M)\, d\omega_M = 0,$$

*pourvu que l'intégrale*

$$\int_D h^2(M)\, d\omega_M$$

*existe.*

*c.* $G_k(M, P)$ *est un noyau défini, c'est-à-dire qu'on ne peut pas avoir, dans les mêmes conditions que plus haut, la relation*

$$\int_D G_k(M, P)\, h(M)\, h(P)\, d\omega_M\, d\omega_P = 0 \qquad (k > 1).$$

*d. Le problème de Dirichlet pour l'équation* (1) *a une solution unique.* C'est le problème traité par moi pour l'équation (2) [*loc. cit.* [1]], et ensuite par M. M. Nicolesco pour l'équation particulière (1) [*loc. cit.* [2], p. 2011].

*e. Lorsque f est une fonction analytique, toute intégrale de l'équation* (1) *est analytique, ainsi que ses premiers* $(n-1)$ *laplaciens.*

2. Je me suis encore occupé de l'équation plus générale [4]

$$\Delta^n u + a_1 \Delta^{n-1} u + \ldots + a_n u = f(P), \qquad (3)$$

dans laquelle les fonctions $a_1, a_2, \ldots, a_n, f$ sont continues et bornées,

---

(1) *Rendiconti della R. Accad. dei Lincei*, 15, novembre 1931, p. 415-421.

(2) *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 477-479, 638-640.

(3) Voir *loc. cit.* (1), p. 420.

(4) Voir aussi N. Cioranescu, *Thèse*, Paris, 1929.

ainsi que leurs dérivées partielles jusqu'au $2n^{\text{ième}}$ ordre dans $D+F$, F étant la frontière du domaine D.

Je recherche la fonction de Green pour l'équation (3), c'est-à-dire l'intégrale qui est nulle, ainsi que les premiers $(n-1)$ laplaciens sur la frontière F.

J'introduis les fonctions des deux points M et P

$$\Gamma_k(M,P) = -\frac{1}{(p-2)S_p}\int_D \Gamma_{k-1}(M,M_1)\,\Gamma_1(M_1,P)\,d\omega_{M_1}$$

avec

$$\Gamma_1(M,P) = -\frac{1}{(p-2)S_p}[a_1(P)\,G_1(M,P) + a_2(P)\,G_2(M,P) + \ldots + a_n(P)\,G_n(M,P)].$$

Je réduis l'équation (3) à l'équation intégrale de Fredholm

$$u(P) = \lambda\int_D \Gamma_1(M,P)\,u(M)\,d\omega_M + \int_D f(M)\,G_n(M,P)\,d\omega_M,$$

dont la solution est donnée par

$$u(P) = -\frac{1}{(p-2)S_p}\int_D f(M)\,\Gamma(M,M_1)\,G_n(M_1,P)\,d\omega_M\,d\omega_{M_1}$$

avec

$$\Gamma(M,P) = 1 + \lambda\Gamma_1(M,P) + \lambda^2\Gamma_2(M,P) + \ldots.$$

Je démontre que *les valeurs caractéristiques sont réelles et simples*, par ce que le noyau $\Gamma_1(M,P)$ étant une somme de *n noyaux polaires* (Hilbert), il est un *noyau symétrisable* à droite (¹) par composition avec le noyau symétrique et défini $G_k(M,P)$ $(k>1)$, ce qui permet de conclure que, si $f\equiv 0$, l'équation (3) sans second membre admet une fonction de Green pour des valeurs spéciales de $\lambda$.

3. Dans un autre ordre d'idées j'ai trouvé que la moyenne *spatiale* $\mu_1$, d'une fonction $u$ régulière dans un domaine D de l'espace à $p$ dimensions, satisfait pour toute hypersphère de centre P et de rayon R, contenue dans D, à l'équation aux dérivées partielles

$$\boxed{\Delta\mu_1 = \frac{\partial^2\mu_1}{\partial R^2} + \frac{p+1}{R}\frac{\partial\mu_1}{\partial R}.}$$

(¹) J. Marty, *Comptes rendus*, **170**, 1910, p. 000. Voir aussi E. Goursat, *Traité d'Analyse*, **3**, 2ᵉ édition, p. 466 et suiv.

Cette équation est à comparer à celle satisfaite par la moyenne *périphérique* $\mu$ et que j'ai fait connaître dans une Note antérieure [1].

Je souligne encore la relation suivante qui relie les deux moyennes $\mu$ et $\mu_1$

$$\Delta\mu_1 = \frac{p}{R}\frac{\partial\mu}{\partial R},$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les caractéristiques du tore.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Émile Borel.

Je désirerais ajouter un complément aux résultats de ma Note du 7 mars dernier (*Comptes rendus*, 194, p. 830-833).

Soit C un cercle décrit par le point $M_0$ défini par l'angle au centre $\theta_0$. Soit $\theta_1 = \theta_1(\theta_0)$ une transformation de C en lui-même, telle que nulle itérée $\theta_n(\theta_0)$ de cette transformation n'ait de point double. Si

$$2\pi\alpha = \lim_{n\infty}\frac{\theta_n}{n},$$

$\alpha$ est irrationnel.

J'ai montré que, si $d\theta_1/d\theta_0$ existe, est continue et à variation bornée, les points $M_n(\theta_n)$ sont partout denses sur C. Si les $M_n$ sont les points de rencontre successifs, avec le méridien $C(\varphi = \varphi_0)$ d'un tore, d'une même caractéristique $I[\theta = u(\varphi, \theta_0)]$ de l'équation différentielle

$$\frac{d\theta}{d\varphi} = A(\varphi, \theta)$$

($\partial A/\partial\theta$ continu sur la totalité du tore), l'égalité

$$h(\theta_0) = \log\frac{d\theta_1}{d\theta_0} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi}\frac{\partial A}{\partial\theta}\,d\varphi$$

montre que *la variation totale* V *de* $h(\theta_0)$ *sera finie*, avec

$$V < \iint\left|\frac{\partial^2 A}{\partial\theta^2}\right| d\varphi\, d\theta,$$

*sous la condition suffisante que* $\partial^2 A/\partial\theta^2$ *soit fini et sommable sur la totalité du tore.*

---

[1] *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 918-919. La dernière affirmation de cette Note doit être entendue au sens de *analogues* et non pas *même*.

Dans ce cas, *les trajectoires présentent la stabilité à la Poisson.* Si $h_n(\theta_0) = \log d\theta_n/d\theta_0$, d'où $(n > 0)$

$$h_n(\theta_0) = \sum_{0}^{n-1} h(\theta_m), \qquad h_{-n}(\theta) = -\sum_{-n}^{-1} h(\theta_m),$$

un raisonnement indiqué dans la même Note montre $|h_n(\theta_0) + h_{-n}(\theta_0)| < V$, ou

$$e^{-V} < \frac{d\theta_n}{d\theta_0}\frac{d\theta_{-n}}{d\theta_0} < e^{V},$$

si $n$ est le dénominateur $Q_m$ de la $m^{\text{ième}}$ réduite de $\alpha$.

Cela posé, soit E un ensemble situé sur C, mesurable et de mesure positive $\mu$. Soient $E_n$ le $n^{\text{ième}}$ transformé de E, et $\mu_n$ la mesure de $E_n$. On a

$$\mu_n = \int_E \frac{d\theta_n}{d\theta_0}\,d\theta_0, \qquad \mu_{-n} = \int_E \frac{d\theta_{-n}}{d\theta_0}\,d\theta_0.$$

L'inégalité de Schwarz donne

$$\mu_n\mu_{-n} > \left(\int_E e^{-\frac{V}{2}}\,d\theta_0\right)^2 = \mu^2 e^{-V}.$$

C'est l'inégalité établie (*loc. cit.*) dans le cas où E est un intervalle.

En remplaçant dans cette relation E successivement par $E_{qn}$

$$(-k + 1 \leq q \leq k - 1),$$

on en déduit

$$\mu_{kn}\mu_{-kn} > \mu^2 e^{-k^2 V}, \qquad \text{donc} \qquad \mu_{kn} + \mu_{-kn} > 2\mu e^{-k^2\frac{V}{2}}.$$

D'où ce résultat :

$E'_n$ *étant l'ensemble* $E_n + E_{-n}$ $(n > 0)$ *et* $n$ *prenant toutes les valeurs* $qQ_m$ $(0 \leq q \leq k$, $k$ indépendant de $m)$, *il est impossible qu'il y ait une infinité d'ensembles* $E'_n$ *deux à deux distincts, si* E *est épais* (de mesure positive).

Soient $\Gamma$ un cercle d'angle au centre $\omega$, et $m_0(\omega)$ un point quelconque de $\Gamma$ que l'on fait correspondre à $M_0(\theta_0)$. Si à $M_n$ on fait correspondre $m_n(\omega + 2n\pi\alpha)$, cette correspondance conserve l'ordre mutuel des $M_n$ sur C et des $m_n$ sur $\Gamma$. *Les* $M_n$ *étant partout denses*, cette correspondance détermine une transformation géométrique $\theta = \psi(\omega)$ de $\Gamma$ en C, $\psi$ étant *continue* et croissante, avec

$$\theta_1(\theta) = \psi(\omega + 2\pi\alpha) \qquad \text{(Poincaré).}$$

En deux points $m(\omega)$ et $m(\omega + 2\pi\alpha)$, les nombres dérivés de $\psi(\omega)$ pour un côté (gauche ou droit) et un rang (supérieur ou inférieur) donnés sont dans le rapport $e^{h(0)}$. Ils sont donc à la fois ou nuls, ou infinis, ou positifs finis.

Cela étant, considérons les ensembles $H^i$ de C ainsi définis et leurs homologues $K^i$ sur C :

$H^1 : \psi'(\omega) = 0$; $H^2 : 0 < \psi'(\omega) < \infty$; $H^3 : \psi'(\omega) = \infty$; $H^4 : \psi(\omega)$ sans dérivée.

Chacun de ces ensembles est invariant par la transformation $\omega$, $\omega + 2\pi\alpha$.

$H^4$ et $K^4$ sont toujours minces (de mesure nulle). $H^1$ et $H^2$ sont l'un mince, l'autre de mesure angulaire $2\pi$. $K^1$ est toujours mince, $K^2$ est épais ou mince en même temps que $H^2$. $H^3$ est mince, $K^3$ mince *ou épais*. De cette dernière alternative, le premier cas équivaut à la « transitivité forte » de G. D. Birkhoff. Si $H^2$ est mince, $K^3$ est de mesure $2\pi$.

*Si* $\theta_1(\theta)$ *est holomorphe, est-il possible que* $K^3$ *soit épais?*

Voici quelques indications sur ce point que je n'ai pas éclairci.

*Si* $K^3$ *est épais, on peut, dans* $H^3$, *trouver un ensemble parfait* $H'$ (situé dans un intervalle donné d'avance) *ayant pour homologue* $K'$, *de façon que* $\sum_{-\infty}^{\infty} K'_n$ *ait même mesure que* $K^3$.

Considérons un ensemble parfait Q situé sur Γ et ainsi construit : D'un arc-segment $\alpha\beta$ de Γ on retranche un arc-intervalle médian de longueur supérieure à la moitié de $\alpha\beta$. Sur chacun des deux arcs-segments conservés on répète l'opération et ainsi indéfiniment. Il n'y a pas de nombre positif $\delta_m$ qui soit, ainsi que son double, la distance de deux points de Q. Donc :

*Si le transformé* $K''$ *de* $H''$ *est épais, il est impossible que* $H''$ *soit contenu dans un ensemble tel que* Q.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la mesurabilité verticale des fonctions de variables réelles.* Note de M. **Alex Froda**, présentée par M. Émile Borel.

Soient $\mathcal{E}(P)$ l'ensemble vertical [1] des valeurs au point P de la fonction uniforme ou multiforme à $n$ variables réelles $f(P)$, définie en un domaine-support $\Delta_n$ à $n$ dimensions, et I l'ensemble-image de $f(P)$ dans le domaine-

---

[1] Pour certaines définitions et résultats, voir ma Note précédente (*Comptes rendus*, 23 mai 1932, 194, 1932, p. 1788).

image $\Delta_{n+1}$. *Introduisons les fonctions caractéristiques de la mesure verticale de* $f(P)$, c'est-à-dire les fonctions uniformes $V_e(P) = m_e\mathcal{E}(P)$ et $V_i(P) = m_i\mathcal{E}(P)$, égales aux mesures, extérieure et intérieure, de $\mathcal{E}(P)$ et de même $V(P) = \text{mes}\,\mathcal{E}(P)$, lorsque les ensembles $\mathcal{E}(P)$ sont mesurables (L).

Appelons la fonction $f(P)$ *verticalement mesurable* (L), lorsque l'une au moins des fonctions $V_e(P)$, $V_i(P)$ ou $V(P)$ est une fonction uniforme (à support) mesurable (L).

I. *Lorsque l'ensemble-image* I *de la fonction uniforme ou multiforme* $f(P)$ *est mesurable* (L) *et que* $V(P)$ *existe en chaque point* P *de* $\Delta_n$, *alors* $f(P)$ *est verticalement mesurable* (L) *et l'on a, en* $\Delta_n$, *avec l'intégrale* (L),

$$\text{mes}_{(n+1)}\,I = \int V(P)\,dP.$$

Ce résultat s'appuye sur la proposition fondamentale :

II. *Lorsqu'une fonction uniforme ou multiforme* $f(P)$ *possède en chaque point d'un ensemble support* E, *mesurable* (L) *ou non, la propriété* $V_e(P) \geqq K$ [*ou* $V_i(P) \leqq K$], *on a pour l'image* I *de* $f(P)$, $m_{n+1,e}\,I \geqq K\,m_{n,e}\,E$ (*ou respectivement* $m_{n+1,i}\,I \leqq K\,m_{n,i}\,E$), qui s'établit en étendant aux ensembles ouverts et fermés le résultat démontré comme il suit, dans le cas de E intervalle. Supposons, avec $F < I < O$ (F fermé, O ouvert), qu'il y ait $\text{mes}\,F > (K + \varepsilon)\,\text{mes}\,E$ [respectivement $\text{mes}\,O < (K - \varepsilon)\,\text{mes}\,E$]. Il existerait alors un point limite $\mathcal{P}$ (ou $\mathcal{F}'$) dont la verticale W (ou W′) serait intérieure à des domaines $\delta_{n+1}$ (ou $\delta'_{n+1}$) verticale W (ou W′) verticaux, à supports infiniment petits et tels que la densité *intérieure*

$$\mu_i(F\,\delta_{n+1}) > K + \varepsilon$$

[respectivement *extérieure* $\mu_e(O\,\delta'_{n+1}) < K - \varepsilon$]. Mais on a d'autre part sur W les ensembles $F.W < I.W \equiv \mathcal{E}(\mathcal{P}) < O.W$ et, en s'appuyant sur le lemme classique de recouvrement de M. Borel, on prouverait l'existence d'un $\delta_{n+1}$ assez petit, pour que $\mu_i(F.\delta_{n+1}) \leqq K + \varepsilon/2$ [et respectivement $\mu_i(O.\delta'_{n+1} \geqq K - \varepsilon/2)$].

Introduisons une extension de l'intégrale de M. Lebesgue, directement applicable aux fonctions uniformes, bornées $\varphi(P)$ (définition susceptible d'être étendue encore aux fonctions multiformes et bornées inférieurement) :

Distinguons les ensembles supports $E_t = E[l_t \leqq \varphi(P) < l_{t+1}]$, correspondant à une division $\sigma_m$ de l'intervalle-cote $(a, b)$ en $m$ intervalles-cote $\delta_t = (l_t, l_{t+1})$. On peut démontrer, en faisant tendre les $\delta_t$ vers zéro d'une manière quel-

conque, l'existence des deux limites uniques, *l'intégrale extérieure de* $\varphi(P)$ *en* $(a, b)$ :

$$\int^{e} \varphi\, dP = \lim \sum_{t} l_t\, m_{n,e}\, E_t$$

et *l'intégrale intérieure de* $\varphi(P)$ *en* $(a, t)$ :

$$\int^{i} \varphi\, dP = \lim \sum_{t} l_{t+1}\, m_{n,i}\, E_t.$$

On peut prouver que de $\varphi(P) \leqq \psi(P)$ il résulte

$$\int \varphi\, dP \leqq \int^{e} \psi\, dP \qquad \text{ou} \qquad \int^{i} \varphi\, dP \leqq \int \psi\, dP,$$

selon que $\varphi(P)$ ou $\psi(P)$ sont respectivement mesurables (L) et que si la fonction $[\varphi(P) + \psi(P)]$ est mesurable (L), on a

$$\int (\varphi + \psi)\, dP = \int^{e} \varphi\, dP + \int^{i} \psi\, dP = \int^{i} \varphi\, dP + \int^{e} \psi\, dP.$$

En s'appuyant sur ces propriétés, ainsi que sur (II), on trouve que :

III. *Pour une fonction* $f(P)$ *quelconque donnée, on a*

$$m_{(n+1),e}\, I \geqq \int^{e} V_e(P)\, dP \qquad \text{et} \qquad m_{(n+1),i}\, I \leqq \int^{i} V_i(P)\, dP,$$

et l'on en tire facilement la proposition (I), ainsi que les suivantes :

IV. *Lorsqu'une fonction uniforme ou multiforme* $f(P)$ *est verticalement mesurable* (L) *et que son ensemble image* I *est mesurable* (L), $V(P)$ *existe presque partout en* $\Delta_n$ (*en tout point de* $\Delta_n$, *sauf au plus un ensemble de mesure nulle*).

V. *Lorsque* $V(P)$ *existe presque partout en* $\Delta_n$, *sans que l'on ait presque partout* $V(P) = 0$, *l'ensemble image* I *de* $f(P)$ *est* (*à support*) *non mesurable* (L).

Remarquons enfin, ce qui peut être établi par des exemples, qu'une fonction peut jouir *indépendamment* de la mesurabilité (L) verticale ou en support, au sens défini précédemment [1].

---

[1] *Loc. cit.*

RELATIVITÉ. — *Sur les invariants différentiels des groupes de relativité.* Note de M. **J. Le Roux**.

J'ai montré le rôle important que joue, dans les problèmes de relativité, le prolongement cinématique des groupes de transformation, obtenu en y regardant les paramètres comme variables au même titre que les coordonnées, et en assimilant les dérivées des paramètres primitifs à de nouveaux paramètres indépendants [1].

Aux groupes ainsi prolongés je donne le nom de groupes de relativité.

Un groupe de relativité n'admet plus en général les invariants différentiels du prolongement statique. Mais à tout invariant différentiel du prolongement statique, il est possible de faire correspondre un invariant différentiel du groupe de relativité correspondant.

Je reprends ci-dessous les notations que j'ai déjà utilisées.

Soit $f(x, x')$ un invariant différentiel du groupe statique, exprimé à l'aide des coordonnées $x$ et de leurs dérivées ou différentielles $x'$.

On a, par hypothèse,

$$\overline{X}_h(f) = 0.$$

Mais nous supposerons, au contraire,

$$D_h(f) \neq 0.$$

Soit $r$ le nombre des paramètres du groupe initial; dans la formation du prolongement cinématique, on peut introduire, comme nouveaux paramètres, au lieu des dérivées des paramètres primitifs, des quantités $\varpi_1$, $\varpi_2, \ldots, \varpi_r$ que nous nous abstenons de définir ici.

Posons

$$u_i = x'_i + \sum \varpi_h \xi_{hi}. \tag{2}$$

Remplaçons dans la fonction $f(x, x')$ les variables $x'_i$ par les quantités $u_i$. Dans le résultat de la substitution, considérons les paramètres $\varpi_h$ comme des fonctions des variables $x$ et $x'$, définies par la condition d'annuler toutes les dérivées partielles de $f(x, u)$ par rapport à ces paramètres

$$\frac{\partial}{\partial \varpi_h} f(x, u) = \sum \xi_{hi} \frac{\partial f(x, u)}{\partial u_i} = 0; \tag{3}$$

[1] *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 698-700.

soit $\varphi(x, x')$ le résultat que l'on obtient en remplaçant les paramètres $\varpi$ par leurs valeurs ainsi définies. Nous allons montrer que la fonction $\varphi(x, x')$ annule toutes les transformations infinitésimales $\overline{X}_h$ et $D_h$ du groupe de relativité.

On a d'abord, en tenant compte des formules (2) et (3),

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x'_i} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u_i}. \tag{4}$$

L'équation (3) donne alors

$$\sum \xi_{hi} \frac{\partial\varphi}{\partial x'_i} = D_h(\varphi) = 0. \tag{5}$$

Il reste à démontrer que la fonction $\varphi$ annule également les transformations infinitésimales du type $\overline{X}_h$,

$$\overline{X}_h(\varphi) = \sum \left( \xi_{hi} \frac{\partial\varphi}{\partial x_i} + \xi'_{hi} \frac{\partial\varphi}{\partial x'_i} \right).$$

On a d'abord

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x_i} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x_i} + \sum \frac{\partial f(x, u)}{\partial u_k} \frac{\partial u_k}{\partial x_i}; \tag{6}$$

d'où

$$\overline{X}_h(\varphi) = \sum_i \left[ \xi_{hi} \frac{\partial f(x, u)}{\partial x_i} + \xi'_{hi} \frac{\partial f(x, u)}{\partial u_i} \right] + \sum_\rho \varpi_\rho \left[ \sum_i X_h(\xi_{\rho i}) \frac{\partial f(x, u)}{\partial u_i} \right]. \tag{7}$$

Rappelons maintenant que la fonction $f(x, x')$ est un invariant du groupe statique, ce qui entraîne

$$\overline{X}_h f(x, x') = 0.$$

Remplaçant dans cette expression les symboles $x'_i$ par $u_i$, nous avons, en tenant compte des équations (2),

$$\sum_i \left[ \xi_{hi} \frac{\partial f(x, u)}{\partial x_i} + \xi'_{hi} \frac{\partial f(x, u)}{\partial u_i} \right] + \sum_\rho \varpi_\rho \left[ \sum_i X_\rho(\xi_{hi}) \frac{\partial f(x, u)}{\partial u_i} \right] = 0. \tag{8}$$

Retranchant ce résultat de l'équation (7), nous trouvons

$$\overline{X}_h(\varphi) = \sum_\rho \varpi_\rho \Sigma_i [X_h(\xi_{\rho i}) - X_\rho(\xi_{hi})] \frac{\partial f(x, u)}{\partial u_i}. \tag{9}$$

Les relations fondamentales de Lie donnent

$$X_h(\xi_{\rho i}) - X_\rho(\xi_{hi}) = \Sigma_s c_{h\rho s} \xi_{si}. \tag{10}$$

L'équation (9) devient donc, en tenant compte de (6),

$$\overline{\mathrm{X}}_h(\varphi) = \Sigma_\rho \varpi_\rho [\Sigma_s c_{h\rho s} \mathrm{D}_s(\varphi)],$$

et enfin, d'après l'équation (5),

$$\overline{\mathrm{X}}_h(\varphi) = 0.$$

Donc $\varphi$ est un invariant.

Cet invariant peut d'ailleurs, dans certains cas, se réduire à une constante pure.

La méthode, appliquée à l'énergie cinétique relative d'un ensemble, donne l'énergie cinétique invariante entièrement indépendante du système de référence arbitrairement mobile.

CHRONOMÉTRIE. — *Théorie générale de la suspension élastique des pendules.* Note de M. **J. Haag**, présentée par M. Henri Villat.

1. Dans une Note antérieure [1] j'ai indiqué une théorie élémentaire des petites oscillations du pendule à suspension élastique, qui avait d'ailleurs été déjà faite par plusieurs autres auteurs.

J'ai repris cette théorie dans le cas général d'une *lame non uniforme* [2], tout en la complétant par l'étude des perturbations et de la deuxième approximation du mouvement. Voici les résultats de ce nouveau travail.

2. Soient E le module de Young de la lame et I le moment d'inertie de sa section droite par rapport au plan neutre. Je considère la quantité $\mathrm{M} = \mathrm{EI}/mg$ comme une fonction quelconque de $s$.

Soient $v$ et $w$ les solutions de l'équation différentielle

$$\mathrm{M}v'' - v = 0, \tag{1}$$

dont les dérivées prennent respectivement les valeurs $-1$ et $0$ pour $s = 0$, et les valeurs $-1$ et $+1$ pour $s = \lambda$. Il existe, sur la tige du pendule, deux points F et F′ qui vibrent indépendamment. Si l'on pose $\overline{\mathrm{GF}} = z$, on a

$$z^2 + z\,\frac{a^2 + a\lambda - \mathrm{R}^2 - a(v_0 + v_\lambda) + v_\lambda^2 + (\lambda + v_\lambda - v_0)w_\lambda}{a - v_\lambda} - \mathrm{R}^2 = 0. \tag{2}$$

La période de F est $\mathrm{T} = 2\pi/n$, avec

$$n^2 = -\frac{\mathrm{K}g}{z'}, \qquad \mathrm{K} = -\frac{a + z' - v_\lambda}{\lambda + v_0 - v_\lambda} = \frac{a + w_\lambda}{a + z - v_\lambda}.$$

---

(1) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1479. Je garde les notations de cette Note.

(2) C'est le cas du pendule *Holweck-Lejay*.

Si $a$, R, $\lambda$, M subissent les accroissements $da$, $d$R, $d\lambda$, $\varepsilon$M, on a

$$(3) \qquad 2\mathrm{K}(z-z')\frac{d\mathrm{T}}{\mathrm{T}} = 2\mathrm{K}z\frac{d\mathrm{R}}{\mathrm{R}} + (2\mathrm{K}-1)(da+d\lambda) + \frac{(\mathrm{K}v_\lambda + w_\lambda)^2}{\mathrm{M}_\lambda} - \int_0^\lambda \varepsilon \frac{(\mathrm{K}v+w)^2}{\mathrm{M}}\,ds.$$

De cette formule résultent, en particulier, *l'influence d'une variation de température* et *l'influence d'une variation de g* (¹).

3. Supposons le pendule soumis à des *forces perturbatrices*, admettant $mg\varepsilon_1$, $mg\varepsilon_2$, $mg\varepsilon_3$ pour projections sur $Ox$ et $Oy$ et pour moment résultant par rapport à G. Supposons également que la lame soit soumise à des forces perturbatrices et appelons $mg\varepsilon_4$ l'accroissement du moment fléchissant. Posons

$$\mathrm{H}_n = \int_0^\lambda [\mathrm{Y}(1+v') + \theta w']^2\,ds.$$

L'accélération perturbatrice du foyer F est

$$(4) \qquad f = -\frac{n^2}{\mathrm{K}}\left[\varepsilon_2 z' + a\theta\varepsilon_1 - \varepsilon_3 + \frac{\varepsilon_1}{2}\left(\mathrm{K}\frac{\partial \mathrm{H}_2}{\partial \mathrm{Y}} + \frac{\partial \mathrm{H}_2}{\partial \theta}\right) - \int_0^\lambda \varepsilon_4 \frac{\mathrm{K}v + w}{\mathrm{M}}\,ds\right],$$

où l'on doit remplacer Y par K$\theta$, si F′ est fixe en première approximation (*oscillation principale*). On en déduit la *perturbation de la période* par la formule bien connue.

4. Dans le cas où les forces perturbatrices sont simplement celles qui résultent du passage de la première approximation à la deuxième, on trouve

$$(5) \qquad \frac{\Delta \mathrm{T}}{\mathrm{T}} = \frac{\theta_0^2}{16}\frac{\mathrm{Q}'}{\mathrm{Q}},$$

en posant

$$\mathrm{Q} = \mathrm{K}(z-z'), \qquad \mathrm{Q}' = a(1-4\mathrm{K}) - \frac{4\mathrm{K}}{z'}[a + \mathrm{H}_2(\mathrm{K},1)]^2 - \mathrm{H}(\mathrm{K},1),$$
$$\mathrm{H} = 4\mathrm{Y}\mathrm{H}_3 - \mathrm{H}_4.$$

5. Supposons que la tangente $Ox$ à l'encastrement dans le support fasse l'angle $i$ avec la verticale et que la tangente AT à l'encastrement dans le pendule fasse l'angle $i'$ avec AG. Quand le pendule est en équilibre, son élongation est

$$(6) \qquad y = -\frac{(a - v_\lambda)i + ai'}{a + w_\lambda}.$$

(¹) D'où la théorie du *pendule de gravité*. Cf. *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 1391.

La perturbation $\Delta T/T$ vaut $Q_1/Q$, en posant

$$Q_1 = \frac{a}{4}(i+i'+j)^2 - \frac{aK}{2}(i'+j)^2 - \frac{K}{2z'}(ai'+aj+h)^2 + \frac{i^2}{4}H_2(K,1) - \frac{h'}{48},$$
$$h = \frac{1}{2}\left(K\frac{\partial H_2}{\partial Y} + \frac{\partial H_2}{\partial \theta}\right), \qquad h' = K^2\frac{\partial^2 H}{\partial Y^2} + 2K\frac{\partial^2 H}{\partial Y\,\partial\theta} + \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2},$$

où l'on doit remplacer Y par $-i$ et $\theta$ par $j$.

6. Soient $I_\lambda$ le moment d'inertie de la lame par rapport à $Ox$ et $\xi$ l'abscisse de son centre de gravité, pour $\theta = 1$. Les perturbations dues à *l'inertie de la lame et à son poids* sont respectivement

$$(7) \qquad \frac{\Delta T}{T} = -\frac{I_\lambda}{2mz'(z-z')}, \qquad \frac{\Delta T}{T} = \frac{\xi - \lambda}{Q}.$$

7. J'ai également évalué l'influence d'une correction apportée à la loi de la flexion plane, suivant la formule proposée par M. Le Rolland [1]. J'ai calculé aussi l'influence du frottement interne, en admettant que ce frottement dépend de la courbure et de sa dérivée par rapport au temps. J'ai enfin déterminé l'influence d'une erreur d'encastrement combinée avec une dissymétrie de la lame dans son module de Young ou dans son frottement interne; et j'ai pu ainsi mettre en évidence la dissymétrie de la durée d'oscillation, découverte expérimentalement par M. Holweck.

Toute cette théorie sera développée dans un autre Recueil.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la mesure de la résistance opposée par un milieu visqueux au mouvement des corps*. Note [2] de M. **G. Siadbei**, présentée par M. A. Cotton.

La résistance opposée par un milieu visqueux au mouvement d'un corps peut être mesurée par deux méthodes : celle où l'on maintient le corps immobile et où l'on produit le mouvement du milieu visqueux et celle où l'on fait l'inverse.

L'étude du mouvement des sphères fluides présente un intérêt particulier parce qu'on peut utiliser les conditions d'expérimentation les plus variées. En choisissant convenablement la différence de densité des deux milieux avec lesquels on expérimente on peut obtenir de très petites forces qui

---

(1) Avec cette seule différence que j'y prends la courbure en valeur absolue et non en valeur algébrique.

(2) Séance du 17 mai 1932.

s'exercent sur les sphères en mouvement; et l'altération de la forme des sphères (lorsqu'elles sont de grandes dimensions) permet de connaître les conditions spéciales dans lesquelles se produit le mouvement.

Pour ces mesures, nous avons employé la seconde méthode et nous avons utilisé un dispositif expérimental permettant l'enregistrement photographique du mouvement de la sphère.

Un faisceau de lumière, provenant d'un arc électrique, passe à travers un disque stroboscopique ayant deux ouvertures (en forme de fente) placées sur le même diamètre; le faisceau lumineux, rendu faiblement divergent, éclaire la cuve d'expérimentation. La cuve est placée à $3^{m},40$ de la source lumineuse; immédiatement près d'elle se trouve le dispositif d'enregistrement photographique, enfermé dans une boîte de carton épais; ce dispositif est constitué par un cylindre tournant autour d'un axe vertical et par un obturateur commandé électriquement. Sur le cylindre on fixe une feuille de papier photographique au gélatino-bromure ayant $55 \times 26^{cm}$ de dimensions; l'enregistrement se fait à travers une ouverture rectangulaire de $25^{cm} \times 1^{cm}$ faite dans le paroi de la boîte et derrière laquelle se trouve l'obturateur. L'obturateur agit sur la lumière dès que l'on interrompt un circuit électrique; il se ferme automatiquement après une révolution complète du cylindre enregistreur. Un diapason entretenu électriquement, faisant 100 vibrations par seconde, porte un miroir léger sur une de ses branches, le miroir envoie un faisceau lumineux sur le cylindre où l'on forme à l'aide d'une lentille l'image d'une source lumineuse punctiforme. On enregistre de cette manière le temps à côté des déplacements de la sphère en mouvement. Les images de la sphère ainsi obtenues sont très nettes, la durée de chaque pose étant de l'ordre de 1/300e de seconde.

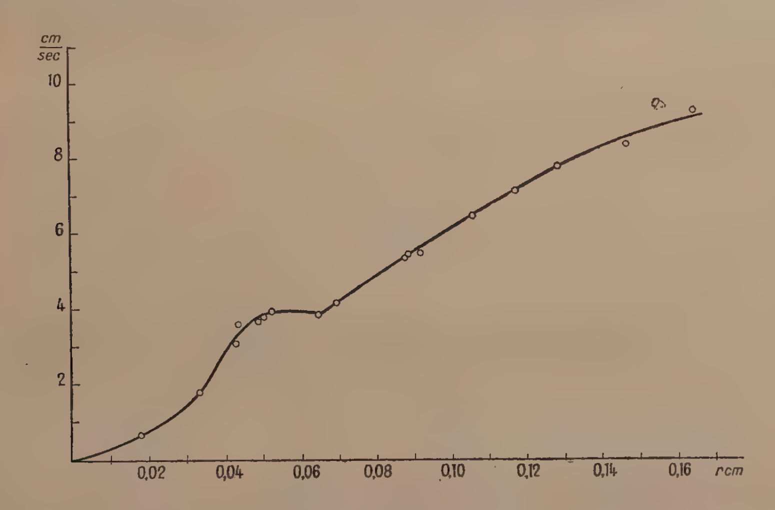
Lorsqu'on utilise cette méthode pour la mesure de la vitesse de la sphère on doit tenir compte des causes d'erreur suivantes :

1° L'enregistrement se fait en projection conique, la sphère se trouvant à une certaine distance ($2^{cm},5$) du cylindre enregistreur. On obtient les vraies valeurs du déplacement de la sphère en faisant des corrections déduites de considérations géométriques; elles ne dépassent pas 0,6 pour 100.

2° La variation de l'humidité de l'air produit des changements dans les dimensions du papier photographique. Nous avons mesuré la valeur de ces changements dans des conditions extrêmes de sécheresse et d'humidité; le plus grand changement obtenu est de $1^{mm},094$ pour une longueur du papier de $198^{mm},074$; on a ainsi des variations de 0,5 pour 100. On se met à l'abri de ces causes d'erreur en gravant sur la paroi de la cuve deux traits horizontaux dont la distance est connue avec précision; ces deux traits apparaissent sur les photographies et la mesure de leur distance donne les déformations du papier.

3° La connaissance de la densité et de la viscosité des substances avec lesquelles on expérimente (au moment même de l'enregistrement du mou-

vement) a une très grande importance pour la mesure de la résistance du milieu visqueux. Nous avons employé pour ces mesures une méthode indirecte, mais capable de donner des résultats précis. Nous avons déterminé la densité et la viscosité à diverses températures pour chaque substance employée; une détermination a été d'abord faite à la température ambiante, puis nous avons fait des mesures dans une enceinte chauffée par des vapeurs liquides : à 35° (éther), à 55°,8 (acétone) et à 80°,4 (benzène). Nous avons utilisé ces mesures pour établir des équations empiriques reliant la densité et la viscosité à la température. On obtient les densités et les viscosités cherchées, avec une grande précision, en introduisant dans ces équations la température mesurée pendant l'enregistrement.




4° L'influence exercée par le mouvement d'une autre sphère à travers le milieu est nette : elle peut produire un accroissement de la vitesse atteignant 30 pour 100, car la sphère en mouvement entraîne des masses importantes du milieu (ce fait a été mis en évidence de plusieurs façons) et le mouvement d'une sphère qui en suit une autre se fait à travers un milieu ayant déjà lui-même un mouvement propre.

Il est utile que les enregistrements soient faits à la même température de sorte que le mouvement de la sphère soit fonction uniquement de son rayon; cela facilite beaucoup l'interprétation des résultats.

La figure montre les résultats obtenus dans ces conditions; en abscisses sont les rayons des sphères et en ordonnées les vitesses mesurées. Ces résultats sont les suivants : *a.* pour les petits rayons les sphères fluides se comportent comme des sphères solides; *b.* pour des rayons plus grands, on

entre dans un domaine où se produisent des changements graduels des conditions du mouvement; *c.* on a ensuite un domaine étendu où la vitesse croît rectilignement avec le rayon; *d.* enfin suit le domaine dans lequel les sphères subissent des modifications de forme rapides et exécutent un mouvement sinusoïdal.

HYDRODYNAMIQUE. — *Problème touchant des tourbillons cylindriques de section finie.* Note de M. **J. Rossignol**, présentée par M. Henri Villat.

Pour résoudre les équations du problème qui ont été données dans la Note présentée à la séance du 19 octobre 1931 (1), la méthode d'approximations successives suivante a été adoptée. Tout d'abord l'équation (6) de cette Note a été mise sous la forme

$$(1)\qquad x_1+\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}x'_1\,H(\theta'_1,\theta_1)\,d\theta'_1=F_1(x_1,\theta_1;x_2),$$

dans laquelle

$$H(\theta'_1,\theta_1)=-\sum_{p=2}^{\infty}\frac{\cos p(\theta'_1-\theta_1)}{p},$$

$$F_1(x_1,\theta_1;x_2)=-\frac{k_1}{\zeta_1R_1}+\frac{\omega l_1}{\zeta_1}\left(1+\frac{x_1}{R_1}\right)\cos\theta_1+\frac{\omega x_1}{\zeta_1}\left(1+\frac{x_1}{2R_1}\right)$$
$$+\Psi_1(x_1,\theta_1)+P_1(x_1,\theta_1)+Q_1(x_1,\theta_1;x_2)+\frac{l_1}{R_0}G_1(x_1,\theta_1;x_0),$$

avec

$$\Psi_1(x_1,\theta_1)=-\frac{\cos\theta_1}{\pi R_1}\int_0^{2\pi}x_1^2\left(1+\frac{x_1}{3R_1}\right)\cos\theta_1\,d\theta_1-\frac{1}{2\pi R_1}\int_0^{2\pi}x_1'^2\,K(\theta'_1,\theta_1)\,d\theta'_1$$
$$+\frac{1}{\zeta_1R_1}(\psi_1^{(3)}+\psi_1^{(4)}+\ldots),$$

$$P_1(x_1,\theta_1)=\frac{\zeta_2R_2^2}{\zeta_1R_1}\left[\frac{R_1}{L}\left(1+\frac{x_1}{R_1}\right)\cos\theta_1+\frac{1}{2}\left(\frac{R_1}{L}\right)^2\left(1+\frac{x_1}{R_1}\right)^2\cos2\theta_1+\ldots\right],$$

$$Q_1(x_1,\theta_1;x_2)=\frac{\zeta_2R_2^3}{\pi\zeta_1R_1L^2}$$
$$\times\left[\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}x_2\cos2\theta_2\left(1+\frac{3x_2}{2R_2}+\frac{x_2^2}{R_2^2}+\frac{x_2^3}{4R_2^3}\right)d\theta_2\right.$$
$$+\frac{R_1}{L}\left(1+\frac{x_1}{R_1}\right)\cos\theta_1\int_0^{2\pi}x_2\cos2\theta_2\left(1+\frac{3x_2}{2R_2}+\frac{x_2^2}{R_2^2}+\frac{x_2^3}{4R_2^3}\right)d\theta_2$$
$$\left.+\frac{R_2}{3L}\int_0^{2\pi}x_2\cos3\theta_2\left(1+\frac{2x_2}{R_2}+\frac{2x_2^2}{R_2^2}+\frac{x_2^3}{R_2^3}+\frac{x_2^4}{5R_2^4}\right)d\theta_2+\ldots\right],$$

(1) *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 700.

et

$$G_1(\varkappa_1, \theta_1; \varkappa_0) = \frac{\zeta_0}{\pi\zeta_1}\left(1+\frac{\varkappa_1}{R_1}\right)\left[\cos\theta_1 + \frac{l_1}{2R_1}\left(1+\frac{\varkappa_1}{R_1}\right)\cos 2\theta_1\right]\int_0^{2\pi}\varkappa_0\cos 2\theta_0\, d\theta_0 + \ldots.$$

On commence par faire dans $F_1(\varkappa_1, \theta_1; \varkappa_2)$ et dans la fonction analogue $F_2(\varkappa_2, \theta_2; \varkappa_1)$ relative à l'équation (1′) en $\varkappa_2$ analogue à (1), $\varkappa_1 = \varkappa_2 = 0$, et l'on résout les équations de Fredholm du type classique :

$$\varkappa_1^{(1)} + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varkappa_1^{(1)\prime}H(\theta'_1, \theta_1)\, d\theta'_1 = F_1(0, \theta_1; 0),$$
$$\varkappa_2^{(1)} + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varkappa_2^{(1)\prime}H(\theta'_2, \theta_2)\, d\theta'_2 = F_2(0, \theta_2; 0).$$

Les solutions sont données par les formules

$$\varkappa_1^{1} = F_1(0, \theta_1; 0) + \frac{1}{\pi}\sum_{p=2}^{\infty}\frac{\cos p\theta_1}{p}\int_0^{2\pi}F_1(0, \theta'_1; 0)\cos p\theta'_1\, d\theta'_1,$$
$$\varkappa_2^{(1)} = F_2(0, \theta_2; 0) + \frac{1}{\pi}\sum_{p=2}^{\infty}\frac{\cos p\theta_2}{p}\int_0^{2\pi}F_2(0, \theta'_2; 0)\cos p\theta'_2\, d\theta'_2.$$

Puis on remplace dans $F_1(\varkappa_1, \theta_1; \varkappa_2)$ et dans $F_2(\varkappa_2, \theta_2; \varkappa_1)$, $\varkappa_1$ et $\varkappa_2$ par les fonctions $\varkappa_1^{(1)}$ et $\varkappa_2^{(1)}$ ainsi trouvées et l'on résout les équations

$$\varkappa_1^{(2)} + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varkappa_1^{(2)\prime}H(\theta'_1, \theta_1)\, d\theta'_1 = F_1(\varkappa_1^{(1)}, \theta_1; \varkappa_2^{(1)}),$$
$$\varkappa_2^{(2)} + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varkappa_2^{(2)\prime}H(\theta'_2, \theta_2)\, d\theta'_2 = F_2(\varkappa_2^{(1)}, \theta_2; \varkappa_1^{(1)});$$

à partir de $\varkappa_1^{(2)}$ et $\varkappa_2^{(2)}$ on calcule de même $\varkappa_1^{(3)}$ et $\varkappa_2^{(3)}$, et ainsi de suite. D'une manière générale on calculera $\varkappa_1^{(n)}$ et $\varkappa_2^{(n)}$ à partir de $\varkappa_1^{(n-1)}$, $\varkappa_2^{(n-1)}$ au moyen des équations

$$\varkappa_1^{(n)} + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varkappa_1^{(n)\prime}H(\theta'_3, \theta_1)\, d\theta'_1 = F_1(\varkappa_1^{(n-1)}, \theta_1; \varkappa_2^{(n-1)}),$$
$$\varkappa_2^{(n)} + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\varkappa_2^{(n)\prime}H(\theta'_2, \theta_2)\, d\theta'_2 = F_2(\varkappa_2^{(n-1)}, \theta_2; \varkappa_1^{(n-1)}).$$

On peut démontrer que si $R_1/L$ et $R_2/L$ sont suffisamment petits, $\varkappa_1^{(n)}$ et $\varkappa_2^{(n)}$ tendent respectivement pour $n \to \infty$ vers deux fonctions $\varkappa_1$ et $\varkappa_2$ bien déterminées et uniques qui satisfont aux équations (1) et (1′). Ces solutions $\varkappa_1$ et $\varkappa_2$ sont assujetties à satisfaire en outre aux relations complémentaires

(3) et (4) de la précédente Note qui permettent de déterminer $k_1$, $k_2$ et $\omega$ en fonction des données du problème.

Les solutions $\varkappa_1$ et $\varkappa_2$ étant développables suivant les puissances croissantes de $R_1/L$ et $R_2/L$, il est possible de calculer rapidement en appliquant la méthode précdentes les fonctions de $\theta_1$ et de $\theta_2$ constituant les coefficients des premiers termes ae ces développements.

En supposant $R_0$ choisi assez grand pour que $l_1/R_0$ et $l_2/R_0$ soient négligeables devant les puissances conservées de $R_1/L$ et $R_2/L$, et en limitant les développements aux termes en $(R/L)^5$, on obtient les solutions suivantes :

$$\begin{aligned}\varkappa_1 = & -\frac{\zeta_2^2}{4\zeta_1^2} R_1 \left(\frac{R_2}{L}\right)^4 - \frac{\zeta_2^2}{2\zeta_1^2} R_1 \frac{R_1 R_2^4}{L^5} \cos\theta_1 + \frac{\zeta_2}{\zeta_1} R_1 \left(\frac{R_2}{L}\right)^2 \left(1 - \frac{2\zeta_2}{\zeta_1} \frac{R_2^2}{L l_1}\right) \cos 2\theta_1 \\ & + \frac{\zeta_2}{2\zeta_1} R_1 \frac{R_1 R_2^2}{L^3} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{\zeta_2}{\zeta_1} \frac{R_2^2}{L l_1}\right) \cos 3\theta_1 + \frac{\zeta_2}{\zeta_1} R_1 \left(\frac{R_2}{L}\right)^4 \left(\frac{R_1^2}{3R_2^2} + \frac{3}{4}\frac{\zeta_2}{\zeta_1}\right) \cos 4\theta_1 \\ & + \frac{\zeta_2}{\zeta_1} R_1 \frac{R_1 R_2^4}{L^5} \left(\frac{R_1^2}{4R_2^2} + \frac{\zeta_2}{\zeta_1}\right) \cos 5\theta_1.\end{aligned}$$

Formule analogue pour $\varkappa_2$, en changeant dans la précédente les indices 1 en indices 2, et L en — L.

Quant à la vitesse de rotation $\omega$ du système des deux tourbillons elle est donnée par la formule

$$\omega = \frac{I}{\pi L^2}\left(1 + \frac{R_1^2 R_2^2}{L^4} \frac{\zeta_1^2 + \zeta_2^2}{\zeta_1 \zeta_2}\right) + O_7\left(\frac{L}{R}\right),$$

dans laquelle on a

$$I = \pi(\zeta_1 R_1^2 + \zeta_2 R_2^2).$$

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un appareil d'accouplement élastique permettant la mesure et l'enregistrement graphique des couples de rotation.* Note de M. **André Douillet**, présentée par M. d'Ocagne.

Quand un organe moteur, arbre, poulie ou autre, doit entraîner dans son mouvement de rotation un organe d'utilisation, on peut avoir intérêt à mesurer d'une façon continue et à enregistrer sur un graphique la valeur du couple de rotation fourni par l'organe moteur à l'organe mené. Le dispositif d'accouplement suivant permet de réaliser d'une façon simple l'enregistrement continu du couple :

L'organe moteur est solidaire d'un bras radial perpendiculaire à l'axe de rotation; le long de ce bras coulisse une douille portant un petit galet d'axe parallèle à l'axe de rotation. Un ressort, comprimé entre l'extrémité

du bras radial et la douille portant le galet, sollicite constamment ce dernier vers l'axe.

L'organe mené est solidaire d'autre part d'une rampe située dans le même plan perpendiculaire à l'axe que le galet. Ce dernier que l'action du ressort maintient appuyé sur la rampe, peut rouler sur elle. La rampe est convenablement inclinée par rapport au bras radial pour que celui-ci l'entraîne dans son mouvement de rotation par l'intermédiaire du galet. On réalise ainsi une liaison mécanique élastique entre la rotation du bras radial et celle de la rampe.

En régime, le galet est soumis à l'action des trois forces suivantes, qui s'équilibrent si l'on néglige les masses du galet et du ressort :

*a*. Une force motrice M, due au couple transmis par l'arbre moteur, normale au bras radial.

*b*. La réaction N, due au couple résistant à vaincre, de la rampe sur le galet; cette réaction est normale à la rampe si le galet y roule sans frottement.

*c*. La tension R du ressort dirigée vers l'axe de rotation le long du bras radial.

Si le couple résistant augmente, la réaction N augmente, et par suite les deux autres forces M et R doivent également augmenter pour l'équilibrer; l'augmentation que doit subir R est obtenue automatiquement par la compression du ressort; l'augmentation de M est obtenue grâce à une augmentation convenable du couple moteur.

Il s'établit ainsi un nouvel état d'équilibre auquel correspond une nouvelle position du galet; cette position est donc fonction de la valeur du couple transmis. *Pour enregistrer* cette valeur, il suffit alors d'enregistrer le déplacement du galet le long du bras radial; pour cela on relie la douille porte-galet par un fil inextensible à une pièce coulissant le long de l'axe de rotation; on n'a plus ainsi à enregistrer qu'un simple déplacement linéaire.

Le choix de la rampe est déterminé par le but à obtenir; il est commode de la construire de telle sorte que le galet, en se déplaçant sur elle, ait à gravir une pente constante et de 45°; dans ce cas le profil de la rampe est une spirale logarithmique; en régime la tension R du ressort doit alors être constamment égale à la force motrice M; ce fait rend facile le réglage de l'appareil, qui peut se faire en déplaçant plus ou moins par un écrou de serrage la base du ressort; en supposant la tension du ressort proportionnelle à son écrasement, appelant $d$ la distance de la base du ressort à l'axe de rotation et $x$ la distance enregistrée du galet à ce même axe, le couple est

une fonction de la forme $Kx/d-x$, la constante K dépendant de la force et du réglage du ressort.

Pour *limiter* le couple à un maximum déterminé, la rampe peut être elle-même limitée à une distance telle de l'axe de rotation, que le galet s'en échappe, rompant la liaison entre l'organe moteur et l'organe mené lorsque ce maximum est atteint. Dans ce cas l'appareil est disposé pour laisser l'organe moteur tourner fou dès que le galet a échappé à la rampe. L'inertie de la rampe qui reste solidaire de l'organe mené peut être, par construction, rendue extrêmement faible, alors que dans tout système d'arrêt automatique agissant par exemple sur la commande électrique du moteur, l'organe mené doit en cas d'arrêt absorber encore toute la force vive du rotor et des transmissions.

Si le mouvement de rotation doit se faire tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, une seconde rampe, d'inclinaison contraire à la première, assure l'entraînement de l'organe mené dans l'autre sens.

Un dispositif semblable, symétrique du premier par rapport à l'axe de rotation, permet d'équilibrer entièrement l'ensemble.

ASTRONOMIE. — *Orientation originelle et actuelle des orbites des petites planètes et de Jupiter en rapport avec les causes des excentricités primitives.* Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Mes Notes antérieures relatives aux petites planètes [1] n'en avaient utilisé que 635 à 800. Les statistiques élaborées par M. Fayet (Notice de l'*Annuaire des Longitudes* de 1932) sont relatives aux 1152 petites planètes cataloguées et permettent de confirmer les conclusions auxquelles j'étais arrivé précédemment.

C'est l'aphélie qui est la position cosmogonique intéressante d'une planète : c'est en ce point qu'elle entre dans son orbite autour du Soleil après que son anneau s'est condensé en planète. A l'origine, d'après notre cosmogonie dualiste, toutes les planètes occupent en même temps et du même côté du Soleil leurs positions d'aphélie dans un plan perpendiculaire à l'écliptique. Mais l'anneau de Jupiter en raison de sa masse monte beaucoup plus rapidement vers l'écliptique que les petites planètes dont beaucoup s'arrêtent dans leur ascension d'où leurs *inclinaisons d'orbite.*

---

[1] *Comptes rendus*, **147**, 1908, p. 1460; **171**, 1920, p. 704; **173**, 1921, p. 1069.

L'anneau de Jupiter dans son ascension rapide capte à son profit des masses nébuleuses qui auraient dû alimenter les petites planètes en arrière dans leur ascension à travers la nébuleuse : d'où leur *très petite masse*. La dispersion des petites planètes est due, selon nous, non à des explosions successives suivant les théories de Young et K. Hirayama, mais au choc de l'anneau planétaire $x_{10}$ (rayon 2,939 u. a. donné par la loi des distances planétaires et peu différent de la distance aphélie de Cérès) sur l'enveloppe des masses légères repoussées loin du protosoleil par sa force répulsive énorme variant de 600000 à 2500 fois celle du Soleil. La trace de cette enveloppe est sur la carte des aphélies que j'ai dressée en 1908.

D'après ce qui précède, l'orientation des aphélies des petites planètes sur celle de Jupiter qui était absolue à l'origine doit encore subsister largement. Pour le vérifier, évitons de centrer la statistique sur le point $\gamma$ puisque *a priori* la position de l'équateur de la Terre n'a rien à voir avec la géographie des planètes. Considérons les quadrants limités aux longitudes 324°, 54°, 144°, 234°. Le premier a son milieu à la longitude 9° voisine de celle 13°14′ de Jupiter. On trouve la répartition suivante des N périhélies contenus dans chaque cadrant :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Longitudes..... | 324° → 54° | → 144° | → 234° | → 324° | |
| N............. | 462 | 266 | 162 | 261 | (total : 1151) |

On voit déjà l'extrême concentration des N dans le quadrant centré sur le périhélie de Jupiter, ainsi que la symétrie presque parfaite de part et d'autre (266 et 261). Mais on peut encore mieux préciser cette concentration en considérant des intervalles de 36° à partir de 0° → 36°, dont le milieu 18° est à moins de 5° de la longitude du périhélie de Jupiter. On trouve alors la répartition des N′ périhélies dans un tableau où ont été superposés les intervalles de 36° diamétralement opposés :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 → 36° | → 72° | → 108° | → 144° | → 180° | → 216° |
| N′... | 194 | 171 | 109 | 79 | 67 | 60 |
| | | 360° ← 324° | ← 288° | ← 252° | ← 216° | |
| N′... | | 175 | 127 | 100 | 69 | |

La concentration autour du périhélie de Jupiter est marquée par le rapport 194 : 60 = 3,23 qui dépasse de beaucoup celle que fait prévoir la théorie de Newcomb : ce qui semble bien démontrer que cette orientation commune remonte à l'origine du système planétaire comme nous l'avions prévu.

Cette recherche est intimement liée à celle de l'origine des excentricités à laquelle notre cosmogonie a reconnu deux causes principales :

1° Les anneaux planétaires, d'abord circulaires puisque émis par l'équateur du protosoleil, dont le rayon valait 62,3 fois celui du Soleil, ont été entraînés dans son mouvement de translation à travers la nébuleuse dans une direction faisant un angle de 28° avec l'axe de l'écliptique et projetée sur ce plan vers le point γ. Par réaction de la résistance de milieu, les anneaux ont été poussés vers la longitude 180°, acquérant ainsi une excentricité $e_1$ d'autant plus grande que les orbites plus rapprochées de l'écliptique ont une inclinaison $i$ moins forte.

2° Lorsqu'un anneau planétaire circulaire se condense à grande distance de l'écliptique en une petite planète dont la période de révolution est en moyenne de 1700 jours, le protosoleil monte jusqu'à l'écliptique en moins de 10 jours s'éloignant ainsi de la petite planète dont le rayon vecteur se trouve ainsi celui de l'aphélie. Ce mécanisme correspond à la relation suivante entre $e$ et $i$,

$$(\cos 28^\circ = (1 + e) \cos(28^\circ + i).$$

Nous avons vérifié (*Comptes rendus*, 192, 1931, p. 147) que cette relation donne très exactement les excentricités d'orbite de la Lune et de Pluton. Elle correspond aux valeurs suivantes de $e$ et $i$ très voisines des valeurs observées :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $i = 0$ | 5° | 10° | 15° | 20° | 25° |
| $e = 0$ | 0,053 | 0,120 | 0,207 | 0,319 | 0,467 |

Pour 727 orbites dont les $e$ varient de 0,079 à 0,199 avec une valeur moyenne $i = 9^\circ 4'$ et une moyenne $e = 0,138$, la formule donne seulement $e = 0,106$. La différence 0,032 représente la valeur moyenne de $e$.

Notre théorie de la dispersion des astéroïdes montre que leurs densités moyennes doivent décroître de Mars vers Jupiter tendant vers la densité moyenne 2,59 de ces deux planètes. La masse totale de l'anneau serait ainsi 1 : 1831 de la masse de la Terre.

GÉOGRAPHIE. — *Sur une erreur de Posidonius et son influence sur la découverte de l'Amérique.* Note de M. **D. Eginitis**, présentée par M. Perrier.

Dans une Note communiquée à l'Académie d'Athènes (*Praktika*, juin 1931) nous avons montré que l'inexactitude systématique des longi-

tudes de Ptolémée, ainsi que le grand allongement de la Méditerranée et de l'Asie vers l'Est, qui en est le résultat, proviennent de la valeur, *trop petite*, employée par cet auteur dans la transformation des *longueurs en degrés*. En effet, d'après Ptolémée, conformément aux nombres acceptés, chaque degré du grand cercle terrestre vaut 500 stades; par conséquent, la circonférence terrestre vaudrait 180000 stades, c'est-à-dire (1) 28350$^{km}$ au lieu de 40000$^{km}$ (*Géographie*, I, 11).

Il est cependant curieux de voir Ptolémée employer une valeur de la circonférence de la Terre si erronée et si inférieure à celle trouvée par Eratosthène (252000 stades, soit 39375$^{km}$), d'une exactitude vraiment surprenante. Il y a lieu de se demander d'où provient cette évaluation, dont l'énorme inexactitude a si gravement influé sur la Géographie et la Navigation pendant un grand nombre de siècles, mais qui, d'un autre côté, a eu aussi des conséquences très heureuses et d'un intérêt universel.

Bien que Ptolémée décrive longuement dans sa *Géographie* (I, 2, 3) une méthode à lui pour la mesure de la Terre, il garde cependant le silence au sujet de l'opération qui lui aurait donné la valeur ci-dessus. L'opinion dominante jusqu'à présent est que cette valeur est le résultat de la célèbre évaluation faite par Posidonius d'un arc de méridien entre Rhodes et Alexandrie. Mais, d'après Cléomède (*Météores*, I, 10, 52), l'évaluation de Posidonius, de la hauteur méridienne à Alexandrie (7° 30′) de Canopus, étoile qui raserait l'horizon à Rhodes, et la distance entre ces deux villes (5000 stades), donneraient pour la circonférence de la Terre 240000 stades, « *s'il y a bien, dit-il,* 5000 *stades, entre Rhodes et Alexandrie; sinon en proportion de cette distance*... ». D'un autre côté, Strabon (II, 2, 2) écrit: « Et si nous employons parmi les plus récentes mensurations celle *qui fait la Terre très petite*, telle que l'admet Posidonius, environ 180000 stades... ».

Un peu plus loin (II, 3, 6) il ajoute: « Posidonius présume que l'étendue de l'ancien monde étant égale à environ 70000 stades, cette longueur est presque la moitié du parallèle correspondant, de sorte qu'on n'a qu'à parcourir cette distance pour arriver chez les habitants de l'Inde. »

En d'autres termes, la longueur adoptée par Posidonius, pour l'équateur, serait environ 180000 stades. Il en résulte donc que l'opération de Posidonius a donné, pour le grand cercle de la sphère terrestre, suivant Cléomède 240000 et suivant Strabon 180000 stades. Il y a donc lieu de se demander

(1) La valeur du stade que nous employons ici est 157$^{m}$,50.

laquelle de ces deux valeurs est le véritable résultat de la mesure de Posidonius.

Comme on le sait, les éléments employés par Posidonius dans cette mesure étaient très *exagérés;* l'arc en question n'a que 5°,2 d'amplitude au lieu de 7°,5 et, d'après Eratosthène, 3750 stades de longueur au lieu de 5000. Ces deux grandes erreurs, qui se sont presque compensées, ont fait que le résultat énoncé par Cléomède ne diffère pas beaucoup de la vraie valeur du méridien terrestre.

Mais si l'on admet, suivant l'estimation d'Eratosthène, 3750 stades pour la distance des deux villes et 7°,5 pour l'amplitude de l'arc correspondant. on trouve exactement 180000 stades. Ce résultat proviendrait donc, d'après une remarque très judicieuse faite aussi par M. Buthelot (*Comptes rendus*, 18 avril 1932), de ce que l'erreur de Posidonius sur la distance relative dût être bientôt aperçue et corrigée. D'ailleurs, Cléomède lui-même, comme nous venons de voir, a fait toute réserve à ce sujet, en écrivant qu'on trouve 240000 stades s'il y en a 5000 de Rhodes à Alexandrie; sinon, il faut corriger ce nombre en proportion de la distance. Mais celui qui a fait cette correction, sans corriger la valeur tout aussi erronée de l'amplitude (7°,5), a trouvé forcément un nombre *trop petit* (180000 stades). On ne trouve pas un mot sur ce sujet ni dans Strabon ni dans Ptolémée, qui, tous les deux, ont adopté la diminution du nombre 240 000 stades, admis d'abord à titre provisoire par Cléomède, sous réserve de la vérification des 5000 stades de la distance. Probablement ce n'est pas Posidonius lui-même qui a effectué cette diminution; car, dans ce cas, Cléomède l'aurait rapportée, bien que Strabon affirme formellement que Posidonius admet environ 180000 stades pour la circonférence terrestre.

L'adoption par Ptolémée et par Strabon d'un nombre de stades si faible pourrait faire croire, et en effet on l'a souvent soutenu, *qu'il s'agit d'un autre stade*, beaucoup plus grand. Mais cette supposition n'est point fondée, comme nous avons déjà montré, par toute une série d'arguments, dans notre Note précitée.

Mais tandis qu'on a pu corriger la longueur en stades, on n'en a pas fait autant pour l'amplitude en degrés de l'arc en question; et c'est de cette erreur que résulte la grosse erreur sur les dimensions de la Terre de Ptolémée.

C'est cette valeur erronée de Posidonius, adoptée par Strabon ainsi que par Ptolémée après lui, parmi les plus récentes mesures alors connues, *qui*

*faisait la Terre trop petite*. Et cette erreur de Ptolémée n'a pas seulement allongé considérablement l'étendue (177°15′) de la partie de la zone, comprenant le monde alors connu, mais elle a, d'un autre côté, réduit la partie restante de cette zone, qu'on croyait égale à 182°45′, d'environ un tiers de sa valeur vraie.

Cette erreur eut une heureuse conséquence : c'est à cause d'elle que Colomb tenta le voyage des colonnes d'Hercule aux Indes; c'est sur la foi des mesures de Ptolémée qu'il a fondé sa conviction et cru qu'il n'avait qu'un court voyage à accomplir pour toucher aux extrémités orientales de l'Asie. C'est donc surtout grâce à l'erreur de Posidonius et, par conséquent, à celle de Strabon et de Ptolémée sur les dimensions de la Terre que le monde est en quelque mesure redevable à Colomb de la plus splendide des découvertes géographiques, celle de l'Amérique.

MAGNÉTISME. — *Susceptibilité magnétique de la vapeur de soufre.* Note de M. **L. Néel**, transmise par M. Pierre Weiss.

$O^2$ et NO sont les seules substances à l'état gazeux sur lesquelles a pu être faite la vérification de la théorie de Van Vleck. $S^2$ permet de soumettre cette théorie à un nouveau contrôle. En effet, d'après Naudé et Christy (1), l'état fondamental de la molécule $S^2$ est l'état ${}^3\Sigma$, identique à celui de l'oxygène. En fait Shaw et Phipps (2), par la méthode de Stern et Gerlach, ont montré qualitativement que la vapeur de soufre possédait un moment magnétique. L'expérience est compliquée du fait de la présence simultanée de $S^8$, $S^6$ et $S^2$ dans la vapeur de soufre, ainsi qu'il résulte de nombreuses expériences, parmi lesquelles les mesures de Preuner et Schupp (3) sur la densité de la vapeur de soufre. D'après les mesures thermomagnétiques de Honda (4) et de Owen (5), la susceptibilité du soufre liquide, rapportée au gramme, est toujours voisine de $-0,49 \times 10^{-6}$. Donc les molécules $S^8$ et $S^6$ qui constituent vraisemblablement le soufre liquide, en des proportions variables suivant la température, sont toutes deux diamagnétiques avec des susceptibilités spécifiques voisines. Quant

(1) *Phys. Rev.*, 36, 1930, p. 1800.
(2) *Phys. Rev.*, 38, 1931, p. 174.
(3) *Z. Physik. Chem.*, 68, 1909, p. 129.
(4) *Sc. Rep. Tôhoku Imp. Univ.*, 1, 1912, p. 1.
(5) *Ann. der Physik*, 37, 1912, p. 657.

à $S^2$, on ne possédait encore aucune donnée sur ses propriétés magnétiques.

J'ai mesuré la susceptibilité de la vapeur de soufre, par la méthode d'attraction dans un champ non uniforme, au moyen d'un pendule de translation. Une petite quantité de soufre, quelques milligrammes, était scellée dans une ampoule de quartz, dans le vide. Au préalable, j'avais étudié, en fonction de la température, la susceptibilité de la même ampoule scellée et vide. L'ampoule ayant à supporter des pressions de 5 à $6^{atm}$ doit être prise assez épaisse et sa masse est des centaines de fois plus grande que celle du soufre : les corrections sont grandes et les expériences délicates. De plus, le pendule de translation manque de sensibilité pour de telles recherches; aussi les résultats suivants ne peuvent-ils être considérés que comme ceux d'une première exploration. J'ai étudié trois ampoules A, B, C, de volume intérieur $v$, contenant une masse $m$ de soufre :

| | | |
|---|---|---|
| A | $v = 0,676$ cm³ | $m = 1,001$ mg |
| B | 0,716 | 2,546 |
| C | 0,744 | 3,287 |

| 1. T°. | 2. Attraction. | 3. $\chi \times 10^6$. | 4. $S^2$ pour 100. | 5. $\chi_{S^2} \times 10^6$. |
|---|---|---|---|---|
| **Ampoule A :** | | | | |
| 617° | 0,65 | 3,93 | 32 | 12,3 |
| 650 | 1,08 | 6,54 | 49 | 13,3 |
| 685 | 1,29 | 7,80 | 64 | 12,2 |
| 727 | 1,30 | 7,87 | 81 | 9,73 |
| 762 | 1,30 | 7,87 | 90 | 8,75 |
| 800 | 1,36 | 8,24 | 97 | 8,50 |
| **Ampoule B :** | | | | |
| 595 | 0,76 | 1,81 | 15 | 12,1 |
| 650 | 1,49 | 3,54 | 28 | 12,6 |
| 725 | 2,49 | 5,92 | 57 | 10,4 |
| 760 | 2,73 | 6,48 | 73 | 8,88 |
| 800 | 3,07 | 7,30 | 87 | 8,40 |
| **Ampoule C :** | | | | |
| 590 | 0,84 | 1,55 | 12 | 12,9 |
| 630 | 1,11 | 2,04 | 19 | 10,7 |
| 710 | 2,39 | 4,40 | 45 | 9,78 |
| 765 | 3,02 | 5,55 | 69 | 8,05 |
| 810 | 3,66 | 6,72 | 85 | 7,90 |

la colonne 2 du tableau donne, en unités arbitraires, l'attraction sur le soufre : l'erreur absolue est de $\pm 0,2$. Les températures sont données dans la colonne 1 en degrés centigrades. La colonne 3 donne la susceptibilité du gramme de soufre, corrigée du diamagnétisme observé dans la région où la dissociation en $S^2$ est négligeable et multipliée par $10^{-6}$. La vapeur de soufre est paramagnétique, sa susceptibilité croît rapidement avec la température.

Entre les trois constituants $S^8$, $S^6$ et $S^2$ de la vapeur de soufre existent les deux réactions réversibles : $3\,S^8 \rightleftharpoons 4\,S^6$ et $S^6 \rightleftharpoons 3\,S^2$. Preuner et Schupp (*loc. cit.*) donnent les constantes d'équilibre correspondantes en fonction de la température. Au moyen de ces données, j'ai calculé, en pour-cent, la quantité de $S^2$ contenue dans chaque ampoule à une température donnée (colonne 4). J'en déduis, dans la colonne 5, la susceptibilité rapportée au gramme de $S^2$. Aux erreurs d'expérience près, les valeurs calculées concordent pour les trois ampoules : elles reposent sur les constantes de dissociation calculées par Preuner et Schupp. Ils n'ont pas dépassé dans leurs expériences $1000^{mm}$ de Hg. Ici, dans les ampoules B et C, les pressions étaient nettement supérieures; l'extrapolation est sujette à caution. Cependant, la concordance avec les valeurs données par l'ampoule A, où les pressions restent dans les limites de celles de Preuner et Schupp, montrent que les erreurs correspondantes doivent être faibles. La susceptibilité de $S^2$ décroît avec la température trois fois plus vite que ne l'indiquerait la loi de Curie. Il est vraisemblable que le moment magnétique est variable : on a, en appliquant la formule de Langevin, à 600°, $11,7 \pm 0,6$ magnéton de Weiss, et à 800°, $10,4 \pm 0,3$ magnéton. Si toutes les molécules étaient dans l'état fondamental, on aurait 14,06 magnétons. Une partie se trouve probablement à un niveau énergétique de moment plus faible.

$S^2$ est paramagnétique, ses propriétés sont nettement différentes de celles que donne la théorie simple applicable à $O^2$.

SPECTROSCOPIE. — *Essai de coordination des bandes d'absorption infrarouges de quelques carbures à noyau.* Note de M. **J. Lecomte**, présentée par M. A. Cotton.

Nous avons étudié la classification des bandes d'absorption de carbures à noyau (à l'état liquide), que nous avions obtenues avec notre spectromètre enregistreur pour l'infrarouge, entre les longueurs d'onde de 6

et $16\mu$ [1]. Nous trouvons que les fréquences $\nu$ (exprimées en $cm^{-1}$) des bandes d'absorption sucessives se calculent le mieux au moyen de relations paraboliques de la forme [2] :

$$\nu = a + bn + cn^2.$$

$a$, $b$, $c$, constantes; $n$, suite des nombres entiers.

Benzène. — *Première suite :*

$$\nu = 677 + 170n + n^2.$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Observé | 677 | 847 | 1022 | 1267 | 1366 |
| Calculé | 677 | 848 | 1021 | 1196 | 1373 |

On remarquera que $677 = 4 \times 170 - 3$, c'est-à-dire que la première bande que nous avons mesurée représenterait, en réalité, le quatrième harmonique d'une suite de bandes situées dans l'infrarouge plus lointain et espacées de $\Delta\nu = 170\,cm^{-1}$. Ce nombre est à rapprocher de celui de $160\,cm^{-1}$ qui se présente à propos de l'absorption dans l'ultraviolet de la vapeur de benzène.

*Deuxième suite* (où les quatre dernières bandes sont empruntées aux résultats de Coblentz) :

$$\nu = 767 + 188n + 4n^2.$$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Observé | 770 | 962 | 1155 | 1366 | 1612 | 1817 | 2040 | 2272 |
| Calculé | 767 | 959 | 1159 | 1367 | 1583 | 1807 | 2039 | 2279 |

La fréquence de la première bande de cette suite ($767 = 4 \times 188 - 15$) représenterait sensiblement le quatrième harmonique d'une suite avec une différence de fréquence de $\Delta\nu = 188\,cm^{-1}$.

Ces deux suites permettent de classer toutes les bandes que nous avons mesurées sans que l'on prévoie des bandes non observées [3].

Toluène. — Toutes les bandes d'absorption que nous avons observées se

(1) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 77 et 960.

(2) On sait que Kratzer avait proposé, pour représenter les oscillations anharmoniques des molécules, une formule analogue, mais dans laquelle le coefficient $c$ était obligatoirement négatif. Ici, en nous tenant en dehors de toute interprétation théorique, nous constaterons seulement que $c$, tout en restant petit par rapport à $a$ et $b$, a été trouvé, suivant les cas, positif ou négatif.

(3) Ainsi que pour tous les carbures qui suivent, il y a en outre d'autres suites, situées dans le proche infrarouge, et, en particulier, une suite dont la fréquence fondamentale se place près de $1480\,cm^{-1}$.

laissent calculer au moyen de quatre suites dont les deux premières reproduisent sensiblement les deux suites du benzène.

*Première suite :*

676 843 1029 1166 1379

*Deuxième suite :*

781 956 1166 1379 1612

*Troisième suite :*

$$\nu = 695 + 265n - 0,5n^2.$$

Il semblerait que cette différence de fréquence de 265 $cm^{-1}$, entre les bandes successives de l'infrarouge, se retrouve également dans le spectre d'absorption ultraviolet de la vapeur de toluène.

*Quatrième suite :*

$$\nu = 731 + 161n + 4,5n^2.$$

Les constantes des troisième et quatrième suites donnent les relations :

$$695 = 2 \times 265 + 165,$$
$$731 = 4 \times 161 + 187.$$

On aurait ainsi à considérer deux niveaux fondamentaux d'environ 165 et 187 $cm^{-1}$ (c'est-à-dire assez voisins de ceux du benzène) à partir desquels les troisième et quatrième suites s'établissent avec des différences de fréquence de 265 et 161 $cm^{-1}$ respectivement.

Xylènes. — En appliquant la même méthode de calcul, on aboutira à quatre suites pour les xylènes ortho et méta, et à trois suites pour le para : 1° L'ortho redonne sensiblement la première suite du benzène à l'exclusion de la deuxième, les méta et para, la seconde suite du benzène à l'exclusion de la première; 2° Il existe une suite avec $\Delta\nu = 248\,cm^{-1}$ pour l'ortho, $251\,cm^{-1}$ pour le méta et $243\,cm^{-1}$ pour le para; 3° Pour l'ortho, on trouve, en plus, deux suites, possédant toutes deux une différence de fréquence $\Delta\nu$ voisine de $135\,cm^{-1}$, mais dont l'une part du niveau fondamental de la première suite du benzène ($170\,cm^{-1}$) et l'autre de $135\,cm^{-1}$. Avec le méta, la troisième suite met en évidence $\Delta\nu = 192\,cm^{-1}$. Elle partirait du niveau $2 \times 251\,cm^{-1}$, tandis que la quatrième suite, avec $\Delta\nu = 230\,cm^{-1}$, aurait comme origine le niveau $2 \times 170\,cm^{-1}$. Enfin, le para donnerait lieu à une troisième suite partant aussi du niveau $2 \times 170\,cm^{-1}$ avec des bandes espacées de $234\,cm^{-1}$.

Naphtalène. — Son spectre se laisse calculer, dans notre région, au moyen de quatre suites. Deux d'entre elles possèdent la même différence de

réquence, voisine de $246\,cm^{-1}$, mais l'une prend son point de départ du niveau $208\,cm^{-1}$ et l'autre du niveau $3 \times 208\,cm^{-1}$. La troisième suite fait appel à $\Delta\nu = 194\,cm^{-1}$, avec l'origine au niveau $3 \times 208\,cm^{-1}$, et enfin la quatrième suite indique un espacement des bandes successives de $208\,cm^{-1}$. Ce dernier nombre, qui s'introduit ainsi dans les quatre suites du naphtalène, est à rapprocher de celui de $203\,cm^{-1}$ indiqué par V. Henri pour calculer le spectre d'absorption ultraviolet de ce composé.

PHOSPHORESCENCE. — *Sulfures phosphorescents : Action extinctrice des métaux du groupe du fer.* Note de MM. **Maurice Curie** et **Jean Saddy**, présentée par M. Jean Perrin.

L'action extinctrice de traces de fer introduites accidentellement lors de la préparation des sulfures phosphorescents est un phénomène connu de tous ceux qui se sont occupés de ces préparations. On n'a pas donné jusqu'ici une explication satisfaisante de ce fait, qui se retrouve avec le nickel et le cobalt. Ce phénomène d'extinction doit être probablement rapporté, comme les phénomènes d'optimum de concentration en luminogène, à des transferts d'énergie de molécules à molécules.

L'excitation de la phosphorescence des sulfures est liée à une ionisation des centres luminogènes. Cette ionisation apparaît dans les mesures d'émission photo-électrique et de photoconductibilité. Voici des résultats relatifs à la photoconductibilité du sulfure de zinc phosphorescent à teneurs diverses en métaux étrangers.

Le produit était obtenu par autoréaction du Zn et du S en présence d'acide borique (Coustal et Prévet) [1]; les métaux étrangers étaient ajoutés à l'état de chlorures avant la réaction. Sans addition de métal étranger, on obtient un produit très luminescent. On n'est d'ailleurs pas fixé sur la nature des centres luminogènes de ce ZnS ainsi préparé. Finalement, le ZnS est débarrassé de son acide borique (extraction à l'acétone dans un appareil Soxhlet).

Pour mesurer la conductibilité, on dispose le ZnS dans une longue rainure de $1^{mm}$ de large et de $1^{mm}$ de profondeur. L'un des bords de la rainure est en communication avec la tension (200 volts environ) et l'autre bord avec un électromètre. Le courant se polarise assez rapidement. On opère dans des conditions aussi semblables que possible. Le ZnS est insolé à refus

[1] Coustal, *Thèse*, Paris, 1931; Prévet, *Thèse*, Paris, 1931.

avant la mise de la tension et la mesure de conductibilité, qui est faite sous l'éclairement.

*Intensités du courant de conductibilité* (unité arbitraire) *et intensités de luminescence* (relatives).

Addition de cobalt :

| A la concentration. | C. | C'. | I. |
|---|---|---|---|
| $10^{-6}$ | 11,5 | 4,5 | 0,60 |
| $10^{-5}$ | 12,9 | 4,8 | 0,13 |
| $10^{-4}$ | 6,3 | 1,6 | très faible ou nulle |
| $10^{-3}$ | 1,2 | 0,4 | » |

Addition de fer :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $10^{-5}$ | 10,2 | 5,0 | 0,60 |
| $10^{-3}$ | 3,9 | 1,2 | très faible ou nulle |

Sans addition de métal étranger (étalon) :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Premier échantillon | 13,5 | 12,1 | 5,0 | 4,5 | 1,0 |
| Deuxième échantillon | 10,7 | | 4,1 | | 1,0 |

Addition de plomb (sans action) :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $10^{-5}$ | 10,8 | 3,8 | 1,0 |
| $10^{-4}$ | 11,0 | 4,0 | 1,0 |
| $10^{-3}$ | 9,7 | 4,1 | 1,0 |

C : conductibilité sous la lumière totale d'un arc mercure-verre;

C' : conductibilité en interposant un verre Wood (transparence $0^{\mu},36$);

I : intensités relatives de luminescence sous l'arc. Les intensités de phosphorescence, mesurées une minute après l'excitation, avaient sensiblement les mêmes valeurs relatives que les intensités I. La conductibilité dans l'obscurité est toujours relativement très faible, même pour les produits à la concentration $10^{-3}$. La correction en a été faite.

Le *cobalt* paraît être l'extincteur le plus puissant, tout au moins pour le Zn S préparé comme il a été dit (Coustal). Aux basses concentrations en cobalt, l'ionisation existe toujours, bien que la luminescence soit déjà très affaiblie.

Il ne s'agit donc pas vraisemblablement d'un simple déplacement par le cobalt du métal actif du centre luminogène, explication qui a été proposée.

Il faut en premier lieu admettre que l'énergie d'activation du centre luminogène puisse être transférée [1] à une molécule dans laquelle est

[1] Sans doute au moment où va s'effectuer le retour à l'état normal.

engagé un atome de cobalt, ou à cet atome même. Les métaux du groupe du fer sont des métaux à sous-groupe électronique interne incomplet [1]. Les électrons internes sont liés au noyau par un couplage presque aussi lâche que les électrons périphériques; il est bien connu que les ions de ces métaux peuvent absorber des quanta de lumière visible.

Dans le cas des solutions fluorescentes, la possibilité d'un transfert d'activation entre molécules différentes a été mise en évidence par J. Perrin [2] : il suffit que les bandes d'absorption des différentes molécules soient voisines, ce qui correspond à des fréquences d'activation peu différentes, à la résonance. Nous avons vérifié que les ZnS au cobalt et au fer présentent une forte absorption dans les régions spectrales d'excitation du ZnS exempt d'addition extinctrice.

A la concentration en cobalt de $10^{-6}$, la luminosité du ZnS est déjà nettement affaiblie. La concentration en luminogène, très faible, est difficile à préciser. Néanmoins, il semble que les transferts d'énergie peuvent s'effectuer à des distances de plusieurs centaines d'angströms, distances plus grandes que les distances maxima de transfert observées pour les solutions fluorescentes [3].

Le simple transfert d'énergie du centre luminogène au centre de cobalt paraît devoir expliquer ici l'extinction; car on peut admettre que les centres de cobalt ne sont que très faiblement photoluminescents.

Il est enfin à remarquer que l'effet de photoconductibilité décroît aux fortes concentrations en cobalt.

## MAGNÉTO-OPTIQUE. — *Sur l'interprétation d'un effet magnéto-optique.* Note de M. Marcel Cau, présentée par M. A. Cotton.

I. En 1917, Pogány annonça [4] que la rotation magnétique (effet Faraday) d'une couche mince de fer était modifiée par l'existence au contact du fer d'une couche d'un autre métal, non ferromagnétique, tel que le

(1) A. Guntz a déjà attiré l'attention sur le rôle spécial que paraissent avoir, dans la luminescence des sulfures, les éléments de transition de la classification de Mandéléieff.

(2) J. Perrin, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1097.

(3) Sur les distances de transfert d'activation dans les solutions fluorescentes, voir F. Perrin, *Ann. de Phys.*, **17**, 1932, p. 283.

(4) *Physikalische Zeitschrift*, **18**, 1917, p. 422-429.

platine. Il publia en 1921 de nouveaux résultats expérimentaux [1]. Ces recherches avaient été entreprises, semble-t-il, pour vérifier une opinion de Voigt suivant laquelle, au moins dans l'infrarouge, les effets magnéto-optiques seraient dus en grande partie aux électrons de conductibilité.

Pogány conclut de ses expériences que les métaux non ferromagnétiques, placés au contact d'une couche de fer aimantée, peuvent présenter un effet Faraday spécifique important attribuable à l'action d'un champ très intense dû au fer et que l'auteur assimile au champ moléculaire.

Identifier le champ moléculaire à un champ magnétique et admettre qu'il peut agir à l'extérieur du fer sont deux hypothèses bien audacieuses; elles n'expliquent d'ailleurs pas l'allure des phénomènes et en particulier, la décroissance des effets observés par Pogány lorsque l'épaisseur du fer devient grande [1].

II. Ces effets paraissent pouvoir s'expliquer entièrement par les *actions magnéto-optiques superficielles* et les *réflexions multiples* dans les couches métalliques, actions que j'avais signalées dans un Mémoire antérieur et que j'ai développées dans deux Notes récentes [2].

Pour le vérifier, j'ai calculé les valeurs théoriques des effets pour le platine dans certains cas particuliers, et j'ai retrouvé les ordres de grandeur expérimentaux avec les signes des effets, ainsi que l'allure générale des variations, avec l'épaisseur des couches métalliques, de la rotation supplémentaire observée par Pogány.

On ne peut espérer une vérification quantitative rigoureuse :

1° Les couches métalliques minces n'ont pas une constitution uniforme, elles sont altérables et leurs propriétés s'en trouvent modifiées (Pogány d'ailleurs signale dans certains cas l'existence d'altérations importantes);

2° Les paramètres optiques des couches de Pogány sont inconnus; pour évaluer (d'ailleurs incorrectement) une correction de réflexion intérieure, il admet les indices trouvés par Meier, dont certains, sinon tous, ont été déterminés sur des couches métalliques impures;

3° Les déterminations expérimentales d'épaisseurs sont difficiles et les méthodes employées par Pogány sont discutables;

4° Les expériences ont été effectuées en lumière jaune et dans un champ de 23 kilogauss environ tandis que mes calculs, utilisant les paramètres magnéto-optiques qui résultent de mes expériences antérieures, sont rela-

---

(1) *Annalen der Physik*, 64, 1921, p. 196-208.

(2) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1642 et 1807.

tifs à la lumière verte et à un champ de 10 kilogauss seulement; les effets calculés ainsi sont donc *a priori* plus petits que ceux donnés par l'expérience.

III. *Calcul des effets superficiels.* — La méthode est celle que j'ai déjà employée [1]. J'ai conservé les mêmes valeurs pour les paramètres du fer :

$$n = 2,4, \quad q = 3,3, \quad \Delta n = 0,062, \quad \Delta q = 0,043.$$

Pour le platine j'ai adopté les indices suivants, déduits des mesures de Drude sur le métal massif $N = 1,96$, $Q = 3,98$. Les effets magnéto-optiques du platine sont considérés comme nuls.

On trouve les résultats suivants pour les effets superficiels :

| | Rotation. | Ellipticité. |
|---|---|---|
| Traversée platine-fer.......... | $\tau_2 = 6',30$ | $\omega_2 = 13',95$ |
| Traversée fer-platine.......... | $\tau'_2 = -4',17$ | $\omega'_2 = -16',10$ |
| Effet Kerr platine-fer.......... | $\sigma_2 = 2°46'$ | $\eta_2 = 19',1$ |

IV. *Variation de l'effet avec l'épaisseur du fer.* — Sur une lame de verre on dépose une couche de fer d'épaisseur $\zeta_1$, puis, sur une partie seulement, une couche de platine d'épaisseur $\zeta_2$. La rotation magnétique de la couche de fer platinée est plus grande que celle de la couche de fer nue. La différence $\rho_1$ des rotations mesure l'effet observé (il doit aussi y avoir une différence d'ellipticité $\varepsilon_1$).

Si les réflexions multiples dans les métaux étaient négligeables, l'effet se réduirait à la différence des rotations superficielles aux limites air-fer et platine-fer : $\tau_2 - \tau = 1',83$ (et à une ellipticité $\omega_2 - \omega = -13'$). En fait, les réflexions intérieures ne sont pas négligeables; pour tenir compte de celles qui se produisent dans la couche non platinée, il faut ajouter à la valeur précédente la quantité $l_j$ définie dans une précédente Note; les réflexions dans la couche platinée conduisent à une nouvelle correction dépendant de $\zeta_1$ et $\zeta_2$. Finalement, l'effet résultant est donné par

$$\rho_1 = (\tau_2 - \tau) + l_j - s_j, \quad \varepsilon_1 = (\omega_2 - \omega) - l_r + s_r.$$

En minutes sexagésimales, pour $\zeta_2 = 20^{m\mu}$ et pour diverses valeurs de $\zeta_1$, on trouve :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\zeta_1$...... | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 100 |
| $\rho_1$...... | 0 | 5,2 | 5,3 | 3,75 | 1,85 | 0,50 | 0,15 |
| $\varepsilon_1$...... | 0 | −12,15 | −12,0 | −10,6 | −10,05 | −10,4 | −11,8 |

[1] *Comptes rendus* (*loc. cit.*).

La rotation $\rho_1$, nulle évidemment quand il n'y a pas de fer, est positive, passe par un maximum voisin de $5', 5$ pour $\zeta_1 = 15^{m\mu}$, puis diminue rapidement; c'est précisément l'allure des résultats obtenus par Pogàny et représentés sur la figure 9 de son second Mémoire; les ordres de grandeurs sont identiques. Pour les raisons indiquées, on ne pouvait espérer une meilleure concordance entre le calcul et l'expérience.

PHOTOGRAPHIE. — *Sur une solution partielle de la photographie intégrale.* Note [1] de M. **Jacques de Lassus Saint-Geniès**, présentée par M. Armand de Gramont.

Depuis que G. Lippmann en 1907 a imaginé une technique nouvelle de la photographie, qu'il a appelée photographie intégrale, différentes solutions écartant l'une ou l'autre des difficultés pratiques inhérentes à cette technique ont été déjà proposées.

M. Estanave, à différentes reprises, en 1925 et 1930 notamment, a recherché l'obtention simultanée du *relief et du changement d'aspect.* Au moyen soit d'une trame au point, soit de loupes de Stanhope, M. Estanave a pu réaliser l'enregistrement de couples stéréoscopiques multiples d'objets géométriques, par ensembles ou blocs d'une centaine d'images chacun, correctement observables à la condition de réserver respectivement les blocs gauche et droit à chacun des yeux isolément.

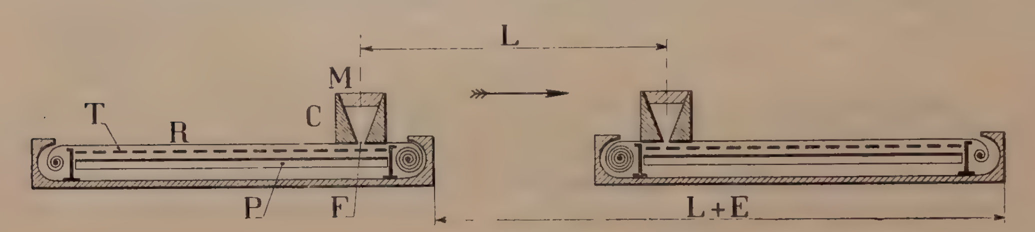
D'autre part, c'est M. G. Bessière qui en 1926, selon une méthode péristéréoscopique, a obtenu pour la première fois de très beaux clichés derrière trame à linéature verticale, observables à distance de vision distincte et procurant simultanément l'impression de relief et celle de changement d'aspect pour les seuls déplacements horizontaux de l'observateur, mais de tous les points de vue compris dans un certain champ. L'optique spéciale comportait soit un seul objectif muni d'un inverseur et mobile sur une base comme définie ci-après, soit une série d'objectifs rigoureusement identiques, munis d'inverseurs, fournissant dix ou douze points de vue distincts très voisins et disposés dans un plan horizontal suivant une base rectilinéaire ou de courbure géométrique déterminée par l'éloignement et l'échelle de reproduction du sujet.

La présente solution, ne visant aussi que les seuls déplacements horizon-

(1) Séance du 30 mai 1932.

taux, comporte comme dispositif optique soit une simple trame au point, soit la combinaison d'une trame au trait à linéature verticale et d'un seul objectif ordinaire. Basée sur la propriété connue de la *transposition* pendant la prise de vue, qui, on le sait, permet l'observation directe et correcte de couples stéréoscopiques simples, cette méthode conduit à l'obtention sur un même cliché, aussi développé dans le sens horizontal qu'on le désire, de couples stéréoscopiques multiples directement observables à distance de vision distincte.

Le schéma permet de comprendre comment on opère. En section par un




plan horizontal on voit un châssis contenant une plaque émulsionnée verticale P, devant laquelle et solidairement avec elle, une trame au point T est placée à petite distance. La face antérieure du châssis est fermée par un rideau R présentant une monture C qui porte une fente verticale profonde F de largeur allant en s'évasant pour définir l'angle du champ. Suivant la verticale le champ est limité par des lames minces horizontales M faisant fonction de grille. Pendant la prise de vues le châssis et le rideau sont mobiles par translation suivant la flèche, dans des conditions telles que la fente, occupant des points de vue successifs de gauche à droite dans l'espace le long d'une base L, découvre des points de la trame allant de droite à gauche sur elle. Si le déplacement total du châssis est $L + E$, on obtient des effets de stéréoscopie exacte si $L = E$ ou des effets d'hyper ou d'hypostéréoscopie si $L >$ ou $<$ que E.

Les mêmes effets sont obtenus en substituant à la trame au point une trame au trait et à la monture C un objectif ordinaire donnant son image dans le plan de la plaque ; dans ce cas la fente F doit être élargie de façon à utiliser le champ total de l'objectif. Ce sont alors les conditions d'observation de l'image aérienne et son échelle dans tout plan de section contenant une orthogonale à la linéature de la trame, qui varient avec le rapport de L à E et avec le signe de ce rapport.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les alliages or-argent comme type de solutions solides continues.* Note de MM. **W. Broniewski** et **K. Wesolowski**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

L'or natif, contenant de 15 à 20 pour 100 d'argent, était connu déjà dans les temps les plus anciens sous le nom d'électrum. L'or pâle et l'or vert, dont se servent les orfèvres, contiennent 8 et 25 pour 100 d'argent.

Les méthodes employées en métallographie pour l'étude des alliages sont indirectes et procèdent par comparaison des diagrammes de diverses propriétés physiques en fonction de la composition. Ce mode d'étude, universellement employé actuellement, avait été préconisé par M. Henry Le Chatelier (1895) et c'est à ce savant que nous devons aussi l'établissement du rapport important entre les diagrammes de la conductivité électrique des alliages et leur structure.

L'établissement des règles guidant dans l'emploi des méthodes indirectes se fait sur des alliages types, dont la structure est bien connue. Ainsi, pour démontrer les propriétés des solutions solides continues, on avait ordinairement recours aux alliages cuivre-nickel, qui présentent l'inconvénient grave d'un passage à la température ordinaire, de l'état ferromagnétique à l'état paramagnétique, ce qui trouble la continuité des diagrammes.

Les alliages or-argent, qui forment des solutions solides continues à toutes les températures et ne manifestent aucune discontinuité dans leurs propriétés physiques peuvent remplacer avantageusement les alliages cuivre-nickel comme type des solutions solides continues.

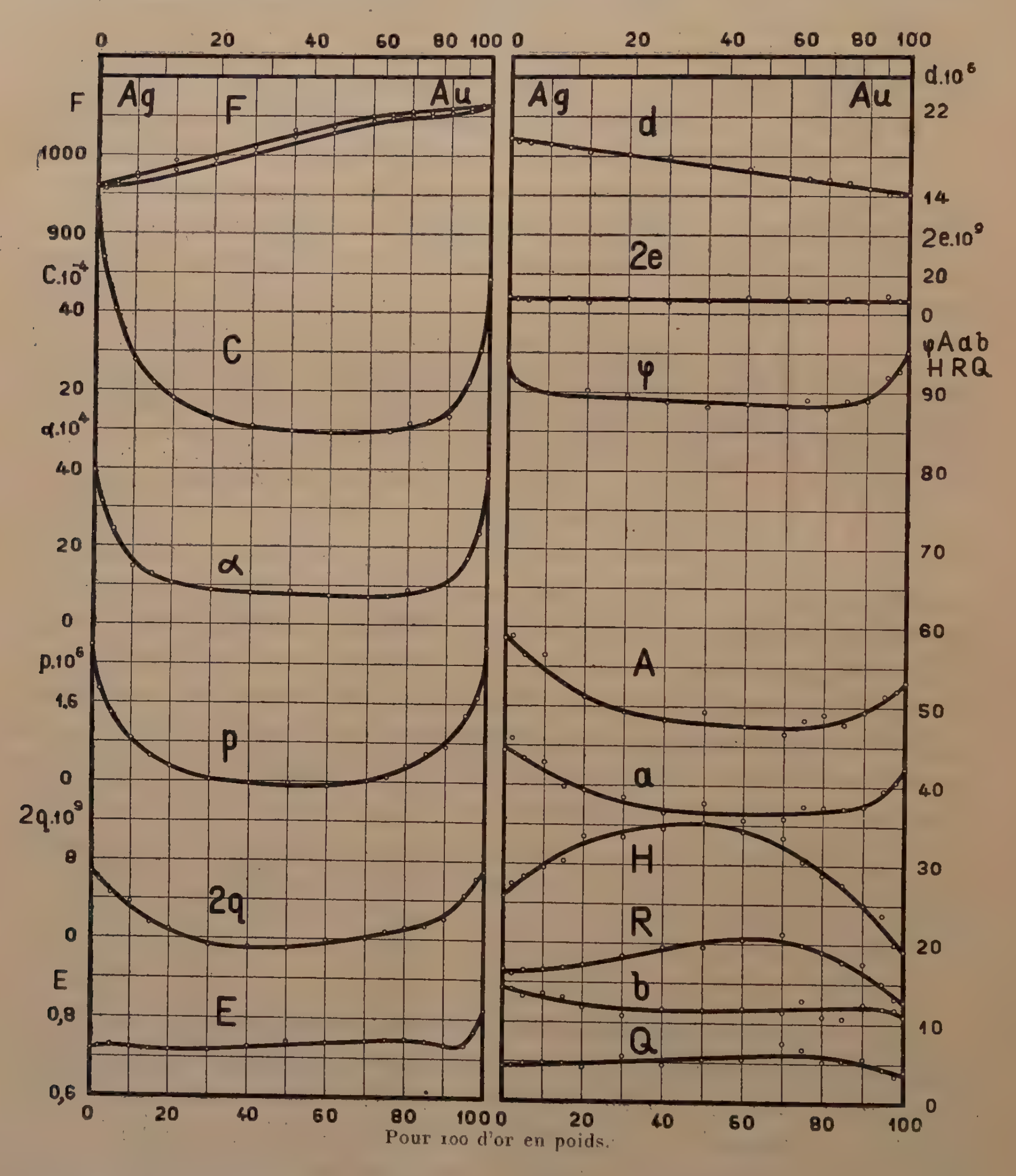
L'étude des alliages or-argent n'avait été faite jusqu'à présent que pour la conductivité électrique (Matthiessen, 1860; Matthiessen et Vogt, 1864), le pouvoir thermoélectrique (Strouhal et Barus, 1883) et la fusibilité (Austen et Rose, 1903). La majeure partie de ces études, déjà anciennes, était basée sur un nombre restreint d'échantillons.

Dans notre étude 15 paramètres ont été mesurés en fonction de la composition. L'alliage fut fondu dans le vide d'un four à haute fréquence. Pour obtenir une homogénéisation suffisante, les lingots durent être soumis à un recuit de 50 heures à 800°, puis furent réduits en fils de 5$^{mm}$ de diamètre et, enfin, recuits durant 1 heure à 550° pour faire disparaître l'écrouissage. Les mesures étaient faites comme dans nos études précédentes [1] et leurs résultats sont reproduits sur les diagrammes ci-après.

---

[1] *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 651; **190**, 1930, p. 1412; **194**, 1932, p. 973.

Propriétés des alliages or-argent en fonction de la composition en poids : F, fusibilité; C, conductivité électrique à 0° en ohms/cm²; $\alpha$, coefficient de température de la



Pour 100 d'or en poids.

résistance électrique entre 0° et 100°; $p$, pouvoir thermo-électrique à 0° en volts, rapporté au plomb; $2q$, variation de pouvoir thermo-électrique entre $-78$ et $+100°$; E, valeur maxima de la force électromotrice de dissolution en volts dans une solution 1/10 normale de cyanure de potassium par rapport à une électrode normale au

mercure; $d$, coefficient de dilatation entre 17° et 444°; $\varphi$, striction en pour 100; A, allongement total à la rupture en pour 100 pour l'éprouvette internationale; $a$, allongement uniforme à la rupture en pour 100; H, dureté Brinell; R, résistance à la traction en kg/mm²; $b$, allongement dû à la striction $= A - a$; Q, limite élastique.

Les diagrammes des alliages or-argent peuvent être divisés en deux catégories : *a.* les courbes montantes ou descendantes uniformément (sans maximum ou minimum); *b.* les courbes pourvues d'un maximum ou d'un minimum plat.

A la première catégorie appartiennent les diagrammes de la fusibilité (F), de la f. e. m. de dissolution (E), du coefficient de dilatation ($d$) et de sa variation avec la température ($2e$) et de l'allongement par striction.

Toutes les autres courbes, soit celles de la conductivité électrique ($c$), du coefficient de température de la résistance électrique ($\alpha$), du pouvoir thermo-électrique ($p$) et de sa variation avec la température ($2q$), de la striction ($\varphi$), de l'allongement total et uniforme à la rupture (A et $a$), de la dureté (H), de la résistance à la traction (R) et de la limite élastique (Q) appartiennent à la deuxième catégorie.

Les propriétés manifestées par les courbes de la deuxième catégorie sont donc typiques pour les solutions solides. Par contre les propriétés représentées par les diagrammes de la première catégorie, à l'exception de la courbe de fusibilité, ne permettent pas de différencier les solutions solides des mélanges.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur certains corps modifiant la biréfringence des nitrocelluloses.* Note [1] de MM. **A. Michel-Lévy** et **H. Muraour**, présentée par M. G. Urbain.

Dans une Note précédente (*Comptes rendus*, 194, 1931, p. 372), nous avons montré l'influence de la diphénylamine, de l'aniline et de certains de ses dérivés sur la biréfringence des nitrocelluloses, plongées dans l'alcool. La présence de ces corps modifie les indices de réfraction des nitrocelluloses et leur biréfringence dans un sens constant.

De nouveaux essais poursuivis sur des cotons nitrés à divers taux d'azote, plongés dans l'alcool, dans le xylol ou dans un hydrocarbure à 64-65°, avec ou sans centralite, ont mis en évidence les points suivants :

---

(1) Séance du 30 mai 1932.

1° Un coton nitré $CP^2$, dont la biréfringence est presque nulle, donnant cependant, avec la teinte sensible de premier ordre, une légère teinte violette suivant l'allongement, donc de signe positif, lorsqu'il était plongé dans l'eau distillée, ou le xylol, ou l'hydrocarbure à 64-65°, a donné au contraire une légère teinte jaune, donc un signe d'allongement négatif, lorsqu'il a été plongé dans l'alcool à 90°. L'alcool possède donc à lui seul une influence déformante sur l'ellipsoide des indices des cotons nitrés, mais dans un sens *négatif* suivant l'allongement. Cette influence est d'ailleurs très faible. Elle n'a pu être mise en évidence que grâce à l'essai sur un coton nitré d'une biréfringence voisine de zéro.

2° La diphénylamine, l'aniline et certains de ses dérivés qui ont, comme on l'a vu, une influence très marquée sur les indices de réfraction des nitrocelluloses plongées dans l'alcool, modifiant fortement leur biréfringence dans le sens *positif* suivant l'allongement, se sont montrés sans aucune action sur les indices des mêmes nitrocelluloses plongées dans le xylol, l'hydrocarbure à 64-65°, accompagnés ou non de centralite.

Il faut donc la double action de l'alcool et de ces corps pour déterminer les fortes modifications de biréfringence des nitrocelluloses, que nous avons préalablement signalées.

3° Dans un essai poursuivi sur un coton $CP^1$ à 215 NO, plongé dans l'éther, avec de la diphénylamine, au bout de quelques minutes, la biréfringence a subi une modification analogue à celle obtenue avec le mélange alcool plus diphénylamine.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude cryoscopique de l'éther et de l'acétone dans les solutions de chlorure de potassium.* Note de M. **F. Bourion** et M^lle **O. Hun**, présentée par M. G. Urbain.

Afin de compléter les recherches faites par l'un de nous en collaboration avec M. Rouyer [1], nous avons effectué l'étude cryoscopique de l'éther et de l'acétone dans les solutions de chlorure de potassium.

Dans les solutions de chlorure de potassium 0,5M nous avons obtenu :

---

(1) F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 585; **191**, 1930, p. 1062; **192**, 1931, p. 557 et 1724; **194**, 1932, p. 1240.

| Concentration. | Éther. Δc. | Éther. k. | Acétone. Δc. | Acétone. k. |
|---|---|---|---|---|
| 0,125.............. | — | — | 0,254 | 19,84 |
| 0,250.............. | 0,557 | 21,43 | 0,514 | 19,80 |
| 0,375.............. | 0,847 | 21,52 | 0,775 | 19,85 |
| 0,500.............. | 1,147 | 21,61 | 1,047 | 19,93 |
| 0,625.............. | 1,461 | 21,77 | 1,310 | 19,78 |
| 0,750.............. | 1,778 | 21,83 | 1,585 | 19,78 |
| 0,875.............. | 2,108 | 21,91 | 1,868 | 19,80 |
| 1,000.............. | 2,432 | 21,86 | 2,160 | 19,86 |
| 1,125.............. | 2,771 | 21,87 | 2,447 | 19,83 |
| 1,250.............. | | | 2,741 | 19,81 |
| | Moy. | 21,72 | Moy. | 19,84 |

Dans les solutions de chlorure de potassium 1,225M nous avons observé :

| Concentration. | Éther. Δc. | Éther. k. | Acétone. Δc. | Acétone. k. |
|---|---|---|---|---|
| 0,250.............. | 0,742 | 27,95 | 0,585 | 22,13 |
| 0,375.............. | 1,116 | 27,70 | 0,899 | 22,49 |
| 0,500.............. | 1,508 | 27,75 | 1,203 | 22,37 |
| 0,625.............. | 1,906 | 27,74 | 1,514 | 22,33 |
| 0,750.............. | 2,307 | 27,66 | 1,828 | 22,28 |
| 0,875.............. | 2,767 | 28,06 | 2,135 | 22,11 |
| 1,000.............. | 3,171 | 27,84 | 2,458 | 22,08 |
| 1,125.............. | — | — | 2,779 | 21,99 |
| 1,250.............. | — | — | 3,111 | 21,97 |
| | Moy. | 27,81 | Moy. | 22,19 |

L'étude cryoscopique de l'éther et du paraldéhyde dans les solutions d chlorure de potassium 1M a donné :

| Concentration. | Éther. Δc. | Éther. k. | Paraldéhyde. Δc. | Paraldéhyde. k. |
|---|---|---|---|---|
| 0,125.............. | — | — | 0,371 | 28,30 |
| 0,250.............. | 0,698 | 26,49 | 0,753 | 28,28 |
| 0,375.............. | 1,056 | 26,10 | 1,134 | 27,95 |
| 0,500.............. | 1,423 | 26,38 | 1,534 | 27,90 |
| 0,550.............. | — | — | 1,694 | 27,82 |
| 0,625.............. | 1,790 | 26,25 | | |
| 0,750.............. | 2,173 | 26,24 | — | — |
| 0,875.............. | 2,563 | 26,20 | — | — |
| 1,000.............. | 2,575 | 26,30 | — | — |
| | Moy. | 26,32 | Moy. | 28,05 |

Les résultats qui précèdent montrent que :

1° Les solutions de chlorure de potassium 0,5 M et 1,225 M constituent des milieux possédant des constantes cryoscopiques bien déterminées au regard de l'éther et de l'acétone, ainsi que les solutions de chlorure de potassium 1 M vis-à-vis de l'éther. Le paraldéhyde en solution étendue est à peine dépolymérisé dans ces dernières solutions, car sa constante cryoscopique passe de 27,82 à 28,28 quand la concentration décroît de 0,550 à 0,125. Cette dépolymérisation est nettement moins marquée que dans les solutions de chlorure de potassium 1,225 M.

2° Les constantes cryoscopiques observées pour l'éther et l'acétone dans l'eau et les solutions de ClK sont les suivantes :

| | | ClK. | | |
|---|---|---|---|---|
| | Eau. | 0,5 M. | 1 M. | 1,225 M. |
| Éther | 17,42 | 21,72 | 26,32 | 27,81 |
| Acétone | 18,24 | 19,84 | | 22,19 |

La constante cryoscopique relative à l'eau, plus élevée pour l'acétone que pour l'éther, est au contraire plus petite pour l'acétone que pour l'éther dans les solutions de chlorure de potassium, ainsi que cela se passe dans les solutions de chlorure de sodium. Ces constantes sont sensiblement les mêmes pour les solutions de chlorure de potassium et de chlorure de sodium à la même concentration, et ne diffèrent que de quantités qui sont de l'ordre des erreurs expérimentales, alors que les constantes cryoscopiques déterminées par voie indirecte dans l'étude des équilibres moléculaires des polyphénols sont toujours plus élevées dans les solutions de chlorure de sodium que dans les solutions de chlorure de potassium à la même concentration, en accord, du reste, avec les compositions respectives des hydrates d'ions obtenues par une méthode basée sur la mesure des nombres de transport des ions.

Quand on multiplie la constante cryoscopique relative à l'éther dans les solutions de ClK 0,5 M par le rapport 18,53/17,42 des constantes cryoscopiques du paraldéhyde et de l'éther dans l'eau, on obtient la valeur 23,10 pratiquement la même que celle 22,97 que donne le paraldéhyde dans ce solvant. Quand on fait la même opération pour les solutions de chlorure de potassium 1 M, on calcule pour la constante de l'éther 28,00 pratiquement identique à la constante moyenne 28,05 observée pour le paraldéhyde dans ces solutions.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Remarques sur la structure des films de nitrocellulose de fort taux d'azote.* Note de MM. **Desmaroux** et **Mathieu**, présentée par M. G. Urbain.

Dans notre dernière Note [1], nous avons indiqué les précautions à prendre pour obtenir, avec des cotons nitrés au-dessus de 12 pour 100, un film dont les diagrammes soient reproductibles. Nous avons cherché, dans ce cas des cotons à forte nitration (N pour 100 = 13,13) les influences sur la structure du film : 1° de la concentration initiale des solutions acétoniques; 2° d'un passage à l'autoclave des cotons nitrés avant leur dissolution.

*Influence de la concentration.* — On a opéré sur des solutions de coton nitré non passé à l'autoclave et contenant l'une, $0^{g},5$ de coton-poudre et l'autre, $4^{g},8$ dans $100^{cm^3}$ d'acétone; au delà de cette concentration, la viscosité devient telle que le mélange par agitation devient impossible et que l'homogénéité n'est pas assurée. A partir de coton nitré passé à l'autoclave (12 heures à 130°), nous avons fait des solutions contenant $0^{g},5$, $4^{g},8$, $24^{g}$ de coton-poudre dans $100^{cm^3}$ d'acétone. Les films obtenus par séchage sous cloche à acide sulfurique [2] ont été examinés aux rayons de Rœntgen. Dans chacun des deux cas (coton non passé ou coton passé à l'autoclave), le diagramme se rapproche d'autant plus du diagramme d'un corps amorphe que la solution est plus étendue, et au contraire d'autant plus du diagramme du coton nitré cristallin que la solution est plus concentrée. Cette cristallinité du produit examiné se manifeste par le fait que l'anneau de diffraction que nous avons appelé jusqu'ici anneau de grand diamètre se trouve formé de deux cercles plus nettement séparés, et que le halo central a un bord plus net.

Nous avons alors cherché à voir si le fait d'agiter, de centrifuger la solution avait une influence sur la structure des films. Une partie de chaque solution a été centrifugée (20 minutes à 1200 tours environ) après agitation préalable. Pour chaque concentration trois films ont été faits : 1° avec la solution agitée mais non centrifugée; 2° avec la partie supérieure des tubes centrifugés; 3° avec la partie inférieure de ces mêmes tubes.

---

(1) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 278.

(2) A ce propos il nous paraît utile de spécifier que nos expériences diffèrent, à ce point de vue notamment, de celles de M. J.-J. Trillat (*Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1922). Ce dernier auteur utilisait des collodions extrêmement concentrés et les séchait à 70°.

Les films obtenus avec les trois fractions d'une solution se sont montrés de structure identique.

Si nous considérons toutes les observations que nous avons présentées jusqu'ici ([1]) nous voyons que le diagramme du film obtenu après séchage de la solution est capable de nous renseigner sur *l'état de dispersion* de la matière cellulosique en solution. Plus la dispersion des fibres est grande, plus le film obtenu après séchage est diffus; moins cette dispersion est prononcée plus le diagramme du film rappelle celui de la substance cristallisée initiale. Jusqu'ici le seul phénomène qui pouvait nous donner des indications sur la dispersion de la matière en solution était la viscosité. De plus on voit que cette dispersion s'opère par une séparation des fibres élémentaires formées de chaînes de résidus de glucose puisque les changements dans les diagrammes s'interprètent par le fait que ce qui disparaît est la régularité de distribution des plans de forme ($hk$o) ($c$ étant l'axe de fibre).

Deux données qui nous semblent importantes à rapprocher sont : 1° le poids moléculaire de la cellulose qui est de l'ordre de 30000 à 40000 quand on se sert des mesures de pression osmotique; 2° le fait que Haworth ([2]) a montré, par des méthodes chimiques que le nombre de restes de glucose se trouvant dans une chaîne élémentaire de cellulose était de l'ordre de 200, or $(C^6H^{10}O^5)^n$ est de l'ordre de 30000 à 40000 si $n$ est de l'ordre de 200.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un caoutchouc minéral.*
Note de M. **Paul Renaud**.

On connaît plusieurs chloronitrures de phosphore correspondant à la formule $(PNCl^2)^n$ et l'on a isolé des produits bien définis pour lesquels $n = 3, 4, 5, 6, 7$. Chauffés en tubes scellés vers 270°, ils donnent des gommes analogues au caoutchouc (Schenck et Römer) ([3]). Pour étudier cette polymérisation, en considérant comme facteurs principaux la température et la durée de chauffe, nous sommes partis du trimère lavé, bidistillé et longuement desséché, car des traces d'eau modifient beaucoup la polymérisation. Nous avons ainsi obtenu un nombre assez considérable de

---

([1]) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 334 et 254; **194**, 1932, p. 278.
([2]) Haworth, *Nature, London*, **129**, 1932, p. 365.
([3]) Schenck et Römer, *Ber. d. chem. Ges.*, 57, 1924, p. 1343.

formes à point de fusion variable, dont le poids moléculaire moyen croît avec la durée et la température de chauffe.

Certaines formes gommeuses sont infusibles et insolubles; nous n'avons pu déterminer leur poids moléculaire. C'est sur elles que nous avons particulièrement porté notre attention. Au toucher, elles ont l'aspect du caoutchouc. Certaines sont très souples; étirées, elles produisent une force de rappel assez considérable; à la température ordinaire, elles adhèrent fortement aux parois des tubes de verre; à basse température, elles s'en détachent facilement.

Les unes ont l'aspect d'un liquide transparent mais immobile, contenant des bulles immuables, les autres ont l'aspect d'un amas de cristaux. Si l'on chauffe lentement l'une d'elles, on constate que l'aspect cristallin disparaît pour faire place à un aspect liquide transparent *sans qu'aucune mobilité apparaisse*. La gomme est légèrement plus souple au toucher. L'analyse thermique montre que la chaleur mise en jeu dans cette fusion apparente n'est pas négligeable. Chauffés à une température plus élevée, ces produits se décomposent sans fondre.

Il est probable que ces points de fusion optique décrivent des courbes analogues à celles de fusion vraie, c'est-à-dire à des courbes de mixtes. Nous n'avons pas encore réussi à les déterminer, car beaucoup présentent la surfusion à un fort degré, l'agitation favorable au classement des molécules étant impossible.

M. Mathieu a bien voulu examiner aux rayons X l'aspect de ces gommes. Celles qui sont optiquement liquides donnent un diagramme de liquide. Les produits optiquement solides fournissent un diagramme cristallin avec un fond continu, tandis que les cristaux du trimère donnent un diagramme cristallin.

Refroidies dans l'air liquide, ces gommes prennent l'aspect d'un verre. Leur choc contre un agitateur était mou, il devient sec et audible; à froid, la matière, primitivement souple, devient dure et cassante. Le changement a lieu dans un intervalle de température restreint que l'on peut regarder comme un « point de transformation mécanique », fixé vers $-47°$, à quelques degrés près pour toutes nos gommes. De plus, à la même température, deux gommes rendent toujours le même son quelle que soit cette température. Il y a donc des propriétés thermomécaniques communes à toutes ces gommes.

La benzine les gonfle sans les dissoudre. Malaxées longuement dans ce liquide, elles laissent un résidu insoluble et la solution obtenue laisse déposer des cristaux par évaporation.

Chauffées brutalement dans le vide vers 500°, elles laissent distiller un produit, tantôt cristallin, tantôt liquide, composé de polymères légers. Les proportions de cristaux obtenus sont les mêmes dans les deux cas. Il reste un résidu noir insoluble. Le point de fusion des cristaux recueillis et le point de transformation optique de la gomme sont situés à la même température, à quelques degrés près. Si l'on chauffe la gomme dans le vide à une température inférieure à 400°, il ne distille rien, bien que la température d'ébullition des cristaux fondus soit inférieure à 400°.

Quand on ajoute à ces gels irréversibles de la benzine, on obtient un gel réversible; par contre l'eau ne les gonfle pas.

*Conclusion.* — Les hypothèses généralement adoptées sur la structure des gels interprètent ces phénomènes dans le détail.

Le trimère, polymérisé par chauffage, donne naissance à des chaînes de différentes grandeurs qui peuvent se souder entre elles pour former un filet. Celui-ci contient dans ses mailles le trimère non transformé et les autres polymères légers. Suivant que ceux-ci forment un mélange liquide ou solide, la gomme est optiquement liquide ou solide.

A basse température, le filet lui-même prend de la rigidité qu'il communique à la masse entière. Les propriétés thermomécaniques montrent qu'il est le même pour toutes les gommes.

La fusion du produit intercellulaire est peu influencée par la présence du filet, tandis que la vaporisation l'est beaucoup; en effet la première intéresse peu le volume, que la seconde fait beaucoup varier. Il faut alors que la rupture des mailles par pression soit plus rapide que leur formation par polymérisation.

L'influence de la benzine et de l'eau, dont l'une dissout les produits intercellulaires et l'autre pas, met en évidence l'influence de la pression osmotique signalée par M. Duclaux (1).

## CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle synthèse de l'eudaline.* Note de MM. G. Darzens et André Lévy, présentée par M. A. Béhal.

L'eudaline est une méthylisopropylnaphtaline de formule (I), dont la synthèse présente un intérêt particulier à cause de ses relations avec les sesquiterpènes. Elle a, en effet, été obtenue par M. Ruzicka et ses collaborateurs en soumettant à l'action déshydrogénante du soufre l'eudesmol

(1) Duclaux, *Bull. Soc. chim.*, 33, 1923, p. 36.

alcool sesquiterpénique de l'huile d'eucalyptus, l'eudesmène qui en dérive par déshydratation, ou le sélinène de l'huile de céleri (1). Mais cette action du soufre est complexe et le rendement ne dépasse pas 20 pour 100 de la théorie.

Après en avoir établi la formule de constitution, M. L. Ruzicka et M. Stoll en ont effectué une élégante mais laborieuse synthèse qui prend comme point de départ l'aldéhyde cuminique et ne comprend pas moins de onze opérations successives (2).

Dans ces conditions, nous avons pensé qu'il ne serait pas sans intérêt de réaliser une nouvelle synthèse de l'eudaline en utilisant la méthode d'obtention des homologues de la naphtaline donnée par l'un de nous (3).

Notre point de départ est le chlorure de paracumyle qui a été préparé par l'action de l'acide chlorhydrique sur un mélange isopropylbenzène et de trioxyméthylène en présence de chlorure de zinc conformément aux indications de M. G. Blanc (4). A cette occasion, nous avons vérifié que cette réaction ne donnait que le dérivé para que nous avons caractérisé par son point de fusion de — 29°.

(I). (VII). (VI).

(V). (IV). (III). (II).

(1) L. Ruzicka, J. Meyer et M. Mingazzini, *Helv. Chim. Acta*, 5, 1922, p. 345.
(2) L. Ruzicka et M. Stoll, *Helv. chim. Acta*, 5, 1922, p. 923.
(3) G. Darzens, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 748.
(4) G. Blanc, *Bull. Soc. chim.*, 33, 1923, p. 317.

Ce chlorure, en réagissant sur l'éther allyllomalonique sodé suivant notre technique habituelle, donne sans difficulté, et avec un rendement de 80 pour 100, l'éther cumylallylmalonique formule (II) distillant à 172-173° sous $2^{mm}$.

Par saponification alcaline, cet éther donne l'acide malonique correspondant qui, après cristallisation dans l'acide acétique, fond à 142-143°. Chauffé au-dessus de son point de fusion, il se décompose vers 180-190° en perdant $CO^2$ et en donnant un mélange d'acide cumylallylacétique de formule (III) et d'une lactone dans le rapport de 80 pour 100 d'acide et de 20 pour 100 de lactone.

L'acide se sépare facilement en traitant le mélange par une solution étendue de carbonate de soude qui dissout l'acide et laisse la lactone, qui est extraite par épuisement de l'éther. Cette lactone est une huile faiblement odorante qui distille à 180° sous $17^{mm}$. Quant à l'acide cumylallylacétique récupéré de la solution alcaline, il est liquide.

Traité par 3 fois son poids d'acide sulfurique à 84 pour 100 à froid et pendant 5 jours, l'acide cumylallylacétique se cyclise en acide méthylisopropyltétrahydronaphtoïque de formule (IV) avec un rendement de 80 pour 100, mais il se reforme accessoirement environ 20 pour 100 de lactone. Ces deux corps sont de même séparés par l'action d'une solution de carbonate de soude.

Quant à la lactone obtenue par ces deux réactions, elle s'est montrée être un mélange de deux lactones. Si on la traite, en effet, par l'acide sulfurique à 84 pour 100 en vue de l'isomériser en acide tétrahydronaphtoïque, on obtient bien dans une première opération environ 10 pour 100 d'acide cyclisé, mais la lactone non transformée régénérée n'est plus odorante et a totalement perdu la propriété de se cycliser par un deuxième traitement à l'acide sulfurique.

Nous interprétons ces faits en admettant que la lactone initiale est un mélange d'une $\gamma$ lactone (formule VI) et d'une $\delta$ lactone (formule VII); la première est susceptible de se cycliser en dérivé hydronaphtalénique, la seconde ne le peut pas.

L'acide méthylisopropyltétrahydronaphtoïque, après cristallisation dans l'acide acétique, fond à 102°, traité par le soufre dans le vide à 230-240°, il se déshydrogène et se transforme en acide méthylisopropylnaphtoïque (formule V) qui fond à 198°,5, après cristallisation dans l'acide acétique.

Enfin, par distillation dans le vide d'un mélange du sel de chaux de cet acide avec un excès de chaux hydratée, on obtient avec un rendement

de 50 pour 100 la méthylisopropylnaphtaline ou eudaline pure, distillant à 152° sous 18mm, donnant un picrate fondant à 92°,8 (corrigé) et un styphnate fondant à 119°,8 (corrigé).

Toutes ces réactions sont des plus faciles, elles donnent un rendement élevé et constituent, par suite, une excellente méthode de préparation de l'eudaline.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'hydrure de lithium sur le chlorure de benzoyle*. Note de MM. **A. Hodaghian** et **R. Levaillant**, présentée par M. G. Urbain.

En faisant agir l'hydrure de lithium sur le chlorure de benzoyle, nous pensions réaliser la réaction simple :

(1) $$C^6H^5COCl + LiH = C^6H^5CHO + LiCl,$$

c'est-à-dire former de la benzaldéhyde et du chlorure de lithium.

Les résultats expérimentaux ont révélé une complication plus grande.

1° Afin d'éviter l'oxydation de la benzaldéhyde attendue, nous avons fait nos essais dans l'azote.

Dissous dans l'éther de pétrole, et maintenu vers 100°, au contact de l'hydrure, pendant plusieurs heures, le chlorure de benzoyle ne subit aucun changement. Mais supprimons le solvant, et chauffons progressivement le chlorure d'acide avec l'hydrure; à partir de 130° environ une réaction se déclenche, que manifestent le jaunissement du liquide et surtout l'élévation spontanée de sa température; à moins de ne mettre en œuvre que de très faibles quantités à la fois, il est dangereux de laisser cette température dépasser 190°, la réaction pouvant alors devenir trop violente.

L'emploi d'un solvant rend la réaction moins brutale; utilisant un pétrole passé entre 110 et 130° sous 15mm, nous avons finalement adopté la technique suivante : le chlorure, dilué dans le double de son poids de pétrole, est chauffé avec l'hydrure pendant 3 à 4 heures, sa température étant portée peu à peu de 150 à 210°. On distille ensuite dans le vide. On ne recueille que très peu de benzaldéhyde; le produit principal de la réaction passe entre 173 et 180° sous 14mm; c'est du *benzoate de benzyle*; et le rendement atteint environ 65 pour 100 du rendement théorique prévu par l'équation :

(2) $$2C^6H^5COCl + 2LiH = C^6H^5CO^2.CH^2C^6H^5 + 2LiCl.$$

Après rectification (il bout à 135° dans un vide de l'ordre de $1^{mm}$), le benzoate de benzyle obtenu a été caractérisé par ses propriétés physiques; nous les avons trouvées identiques à celles d'un échantillon préparé au moyen de l'alcool benzylique et du chlorure de benzoyle. De plus, saponifié par la soude, il a fourni du benzoate de sodium et de l'alcool benzylique.

L'examen du solide résultant de l'action du chlorure sur l'hydrure a montré qu'il contenait non seulement du chlorure de lithium, mais aussi du benzoate de lithium.

D'autres essais ont été effectués en envoyant lentement (et sans solvant) le chlorure de benzoyle sur l'hydrure de lithium dans un tube chauffé entre 180° et 230°. Il n'est apparu que des traces de benzaldéhyde, et le rendement en benzoate de benzyle n'a pas dépassé 50 pour 100; la formation de benzoate de lithium volumineux obstruant le tube rendait difficile la fin des opérations.

2° La présence du benzoate de benzyle s'explique immédiatement en admettant que la benzaldéhyde d'abord engendrée par la réaction (1) subit ensuite une dimérisation :

$$(3) \qquad 2C^6H^5CHO = C^6H^5CO^2.CH^2C^6H^5.$$

On sait que cette transformation se produit effectivement sous l'influence de l'éthylate d'aluminium (Tischtchenko). Mais l'hydrure de lithium est également capable de la catalyser, comme le montre l'expérience suivante :

$100^g$ de benzaldéhyde, dissous dans $200^g$ de pétrole, ont été chauffés avec $0^g,5$ d'hydrure de lithium.

Une réaction nettement exothermique a pris naissance vers 130°; pendant 1 heure et demie, on a maintenu la température à 200°. La distillation dans le vide a donné $75^g$ de benzoate de benzyle. Ce corps, après redistillation, s'est présenté sous forme d'un liquide incolore, cristallisable, ayant pour indice $n_D^{12°} = 1,571$, et pour densité $d_{0°}^{20°} = 1,118$ à $1,119$ (variation de la densité $0,8.10^{-3}$ par degré).

3° D'autres réactions, de moindre importance relative, peuvent encore intervenir dans l'action de l'hydrure de lithium sur le chlorure de benzoyle. Bornons-nous à signaler une décomposition du benzoate de benzyle par l'hydrure, qui explique la présence de benzoate de lithium dans le solide résiduel.

*En résumé*, l'action de l'hydrure de lithium sur le chlorure de benzoyle engendre surtout du benzoate de benzyle; elle résulte de la succession de plusieurs réactions dont les deux principales sont : 1° une formation primaire de benzaldéhyde; 2° une dimérisation secondaire de cette aldéhyde sous l'influence de l'hydrure.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le 2-aminocyclopentanol et son dédoublement en ses antipodes optiques.* Note de MM. **Marcel Godchot** et **Max Mousseron**, présentée par M. Delépine.

Nous avons montré dans une précédente Note (1) qu'il était possible d'obtenir les 2-aminocyclohexanols actifs ($\alpha_D = \pm 40°,20$) par dédoublement des tartrates d. et l. de la base racémique.

Il nous a paru également intéressant de faire connaitre le 2-aminocyclopentanol racémique, puis d'envisager si possible son dédoublement.

I. *2-Aminocyclopentanol*

```
H²C———CH — OH
 |      |
H²C     CH — NH²
   \   /
    CH²
```

Cette base peut exister sous deux formes stéréochimiques, mais, en raison de son mode de formation rappelant celui du 2.aminocyclohexanol, nous pensons pouvoir attribuer au corps obtenu la configuration trans.

Le 2-aminocyclopentanol, aisément préparé avec un assez bon rendement, par action de l'ammoniaque concentrée sur l'époxycyclopentane à 110°, se présente sous la forme d'un liquide incolore, visqueux, fortement basique, possédant les constantes suivantes ($Éb_{13} = 114$-$115°$; $Éb_{760} = 205$-$206°$; $d_{15} = 1,0617$; $n^D_{15} = 1,4965$; R. M. trouvée : 27,81; R. M. calculée : 28,03; Viscosité absolue : $\eta_{15} = 2,083$).

Quelques dérivés de cette base ont été préparés ; en particulier : son chlorhydrate ($F = 192$-$193°$), son chloroplatinate ($C^5H^{11}ON$, ClH, $Cl^4Pt$), le sel de mercure ($C^5H^{11}ON$, ClH, $Cl^2Hg$), l'acétyl 2-aminocyclopentanol ($Éb_{15} = 194$-$195°$), le *p*-toluène sulfo-2-aminocyclopentanol ($F = 142$-$143°$). Traitée par $PCl^5$ en milieu chloroformique à 0°, elle nous a fourni la 2-chlorocyclopentylamine ($E_{12} = 63$-$64°$), caractérisée par son chlorhydrate ($F = 169$-$170°$).

Tous ces corps analysés nous ont confirmé la constitution de cette nouvelle base.

II. *Dédoublement du 2-aminocyclopentanol racémique.* — Le d. tartrate acide du 2-aminocyclopentanol racémique a été isolé après action de

(1) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 981.

l'acide tartrique d. sur la base en milieu alcoolique absolu; il se présente sous la forme d'une poudre microcristalline fusible à 69-70°, ayant un pouvoir rotatoire : $\alpha_D = + 14°,25$. Ce sel se dédouble par cristallisation dans l'alcool à 80°; en suivant le fractionnement, on obtient en tête, avec un rendement de 30 pour 100, des cristaux prismatiques, peu solubles, réfringents, représentant le d.tartrate 2-aminocyclopentanol droit (F = 77-78°) dont le pouvoir rotatoire reste constant ($\alpha_D = + 29°,55$).

En essayant d'isoler dans les eaux mères le d.tartrate du 2-aminocyclopentanol gauche, on n'y parvient pas, mais par contre on sépare des aiguilles (F = 74-75°) dont le pouvoir rotatoire ($\alpha_D = - 8°,10$) demeure invariable malgré de nombreuses recristallisations dans l'alcool à 80°; on constate du reste que ce tartrate constitue un cas de racémisme partiel.

Si l'on remplace l'acide tartrique droit par l'acide tartrique gauche, on obtient le l.tartrate acide du 2-aminocyclopentanol racémique (F = 69-70°, $\alpha_D = - 14°,55$), également susceptible de se dédoubler dans l'alcool à 80°, en donnant tout d'abord un dépôt de l.tartrate du 2-aminocyclopentanol gauche (F = 77-78°, $\alpha_D = - 29°,50$); puis, comme précédemment, on constate dans la suite des cristallisations l'apparition d'un racémique partiel (F = 74-75°, $\alpha_D = - 7°,95$).

Le tartrate d. de la base d. et le tartrate l. de la base l. ainsi séparés permettent d'obtenir ensuite les deux amino-alcools actifs d. et l.

Le tartrate correspondant est décomposé par une solution concentrée de potasse et la base libérée extraite au chloroforme; la liqueur chloroformique est saturée d'acide chlorhydrique gazeux et sec et le chlorhydrate lavé à l'éther (F = 155-156°, $\alpha_D = \pm 29°,30$); par mélange à parties égales, on régénère le chlorhydrate racémique (F = 192-193°). Les bases actives, isolées de ces chlorhydrates, se présentent sous forme d'un liquide incolore possédant les constantes suivantes : $\alpha_D = \pm 38°,25$, $d_{15} = 1,0410$, $n^D_{15} = 1,4769$. R. M. trouvée, 27,50; R. M. calculée, 28,03; $\eta_{15} = 2,1738$.

Si l'on compare, en outre, le pouvoir rotatoire du 2-aminocyclopentanol actif ($\alpha_D = \pm 38°,25$) à celui du 2-aminocyclohexanol actif ($\alpha_D = \pm 40°,20$) isolé antérieurement par nous, on constate que la variation d'un cycle à l'autre est minime (+ 1,95).

III. *Inversion de Walden.* — Nous avons vérifié qu'il était possible de passer d'un antipode à l'autre grâce à l'inversion de Walden. En effet, le 2-aminocyclopentanol *droit* ($\alpha_D = + 38°,25$), traité sous forme de chlorhydrate ($\alpha_D = + 29°,30$) par $PCl^5$ en milieu chloroformique à 0°, conduit à la 2-chlorocyclopentylamine active ($Eb_{12} = 61-62°$, $\alpha_D = - 44°,90$) qui,

par action combinée de $NO^3Ag + CO^3Na^2$, fournit le 2.aminocyclopentanol *gauche* après passage par son chlorhydrate ($F = 155\text{-}156^\circ$, $\alpha_D = -28^\circ,95$). Cette inversion est donc totale et rappelle le fait analogue, récemment indiqué par nous, pour les 2.aminocyclohexanols actifs.

IV. *Dispersion rotatoire.* — Le rapport de dispersion rotatoire a été déterminé pour les chlorhydrates des 2.aminocyclopentanols et cyclohexanols actifs : cycle en $C^5$,

cycle en $C^5$, $\frac{\alpha_{436}}{\alpha_{546}} = \frac{57^\circ,06}{34^\circ,60} = 1,649$; cycle en $C^6$, $\frac{\alpha_{436}}{\alpha_{546}} = \frac{61^\circ,15}{37^\circ,10} = 1,648$;

cette constance du rapport, pour l'un et l'autre cycle, mérite d'être signalée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Application de l'oxydation chromique à quelques diacides.* Note de MM. **Lucien Semichon** et **Michel Flanzy**, présentée par M. Delépine.

Nous avons poursuivi sur les diacides et leurs dérivés les études que nous avons rapportées ([1]) de l'application de l'oxydation chromique aux monoacides.

*Diacides.* — Nos essais ont porté sur les acides oxalique, malonique, succinique, glutarique et adipique. Pour chaque acide un poids de $0^g,05$ en $10^g$ d'eau avec $0^g,525$ de $CrO^3$ ($= 0,126$ d'oxygène) en présence de $5^{cm^3}$ d'acide sulfurique $d = 1,710$ a été soumis à l'oxydation à 15° et à 100.

| | Pourcentage d'acide oxydé après : | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 h. | 2 h. | 3 h. | 5 h. | 6 h. | 9 h. | 15 h. | 36 h. | 63 h. |
| $\theta = 15^\circ$ : | | | | | | | | | |
| Acide oxalique | 10 | — | 39,5 | — | — | — | 80 | 100 | — |
| » malonique | 6,7 | 0 | 27,7 | — | — | — | 61,4 | 79 | 100 |
| » succinique | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | oxydation nulle | | | 0 |
| » glutarique | 0 | traces | | 1,3 | oxydation très lente | | | | |
| » adipique | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | oxydation nulle | | | 0 |
| $\theta = 100$ : | | | | | | | | | |
| Acide oxalique | 100 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| » malonique | 100 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| » succinique | 0 | 0 | 0 | traces | 1,7 | 3,4 | — | — | — |
| » glutarique | 11,7 | 15,8 | — | — | 29,0 | 34,2 | — | — | — |
| » adipique | 22,6 | 25,1 | — | — | 43,4 | 47,9 | — | — | — |

([1]) L. Semichon et M. Flanzy, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1827.

Dans l'oxydation de l'acide malonique, nous n'avons jamais pu obtenir l'acide oxalique comme produit intermédiaire. L'oxydabilité plus grande de cet acide en donne l'explication.

Par contre, dans l'oxydation des acides glutarique et adipique, nous avons pu caractériser une première étape aboutissant, après 6 heures environ, à 100°, à la formation presque quantitative d'acide succinique. Nous avons recueilli celui-ci par sublimation à une température voisine de 200° en cristaux très purs et caractéristiques.

Pendant cette première période, il y a une certaine proportionnalité entre la quantité d'oxygène consommée et le nombre de $CH^2$ en position β ; l'acide adipique, symétrique, peut être considéré comme ayant $2CH^2$ en position β.

Après environ 6 heures, une deuxième étape d'oxydation est nettement caractérisée et correspond à l'oxydation très lente de l'acide succinique formé en $CO^2$ et $H^2O$. Ici, les consommations d'oxygène sont à peu près identiques pour les deux acides.

La relation entre le nombre de $CH^2$ en β et la consommation d'oxygène explique l'anomalie apparente du tableau. Tandis qu'à froid l'acide glutarique seul est oxydé, mais très lentement, l'acide adipique paraît à chaud plus oxydable que ne l'est l'acide glutarique. Mais si nous établissons à 100° le pourcentage d'oxydation jusqu'au stade succinique, nous obtenons les résultats suivants :

| Durée | 1 heure. | 2 heures. | 6 heures. | 9 heures. |
|---|---|---|---|---|
| Acide glutarique | 39,1 | 52,6 | 96,9 | 114,00 |
| Acide adipique | 49,2 | 54,7 | 94,4 | 104,5 |
| Acide succinique | 0 | 0 | 1,7 | 3,4 |

On peut conclure : 1° que les diacides s'oxydent plus lentement que les monoacides, et d'autant plus péniblement qu'ils se rapprochent de l'acide succinique, lequel est inattaqué à 100° dans un temps inférieur à 3 heures ; 2° que pour les acides plus riches en carbone que l'acide succinique, l'oxydation, bien que très lente, est favorisée par la présence dans la molécule de radicaux $CH^2$ en position β, pour aboutir à la formation d'acide succinique dont l'oxydation se poursuit dans les conditions déterminées pour l'acide succinique lui-même ; 3° que, abstraction faite des diacides qui lui sont inférieurs comme condensation en carbone, l'acide succinique est le terme auquel on aboutit dans l'oxydation des diacides, comme l'acide acétique l'est pour les monoacides, avec cette différence que $CH^3 - CO^2H$

résiste à toute oxydation, alors que l'acide succinique commence à s'oxyder à 100° après 3 heures de contact. Il est même oxydé dans la proportion de 40 pour 100 au bout d'une heure si l'on emploie les facteurs $\theta = 100°$, $CrO^3 = 0^g,525$ en $5^{cm^3}$ d'eau, $SO^4H^2 = 5^{cm^3}$, comme ceux qui nous servent au dosage de l'acide propionique.

*Dosage de l'acide succinique.* — Dans les jus de fruits naturels ou fermentés, les méthodes en usage pour le dosage de l'acide succinique (MESTREZAT, *Comptes rendus*, 143, 1906, p. 185; LABORDE, *Comptes rendus*, 165, 1917, p. 793; KUNZ, *Zeits. f. Untersuchung d. Nahrungs und Genussmittel*, 1903, p. 721) présentent des causes d'erreur importantes. En oxydant directement ces jus naturels par une quantité suffisante du mélange chromique à la température de 100° pendant une heure et à une concentration convenable, chassant ensuite l'acide acétique par un courant de vapeur d'eau, l'acide succinique est le seul acide organique qui reste dans le ballon. On peut aisément l'en extraire et le titrer.

*Diacides complexes.* — Lorsque s'intercale dans la molécule d'un diacide une ou plusieurs fonctions CH-OH, nos expériences nous ont montré que, comme dans le cas des monoacides mixtes, la destruction de la molécule s'opère par la séparation des radicaux alcooliques qui se dégagent sous forme de formol, lequel est rapidement oxydé. Mais nous n'avons pu caractériser comme produits intermédiaires la présence de diacides non alcooliques. L'acide malique et l'acide tartrique sont oxydés totalement en moins d'une heure en $CO^2$ et $H^2O$. Il en est de même des acides dérivés des sucres.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'α-vinylnaphtalène et sur les résines polyvinylnaphtaléniques.* Note de MM. **L. PALFRAY**, **S. SABETAY** et M^lle **DENISE SONTAG**, présentée par M. M. Delépine.

Nous avons montré dans une Note précédente [1] que la déshydratation potassique du groupement éthylol contigu au noyau benzénique s'explique aisément en admettant que, dans le groupement $CH^2$ compris entre deux restes relativement électronégatifs $C^6H^5$ — et — $CH^2OH$, les atomes d'hydrogène deviennent plus mobiles. Ce genre de méthylène actif n'a pas encore été mentionné dans la littérature, bien que de nombreux faits

---

[1] L. PALFRAY, S. SABETAY et D. SONTAG, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 102.

démontrent son existence. En effet, tous les corps contenant un $CH^2$ compris entre un groupement $-CH^2OH$ (ou $-CHOH-$) et un reste électronégatif CO, CHO, COOH, CN, etc. se déshydratent facilement, spécialement en milieu alcalin. Des deux acides lactiques α et β,

$$CH^3CHOH.COOH \quad \text{et} \quad CH^2OH.CH^2.COOH,$$

c'est l'acide β, avec un groupe alcoolique primaire, qui se déshydrate plus facilement. Les aldols $HCO.CH^2.CHOH.R$ perdent facilement une molécule $H^2O$ et Grignard et Abelmann (1910) ont donné une méthode de déshydratation de ces aldols par la potasse. L'acide malique se déshydrate également avec facilité en milieu alcalin. Ces considérations peuvent être étendues au groupement $-CH^2SH$ et nous avons déjà démontré la facilité de la désulfhydratation potassique des mercaptans β-phényléthyliques.

Par la potasse caustique, l'alcool β-phényléthylique se déshydrate quantitativement. Pour voir ce qu'il adviendrait si la fonction alcool primaire était remplacée par une fonction alcool secondaire ou tertiaire, nous avons soumis au même agent de déshydratation certains autres alcools β-phényléthyliques subtitués en α. Le méthylbenzylcarbinol

$$C^6H^5-CH^2-CHOH-CH^3$$

distillé sur la potasse, se déshydrate péniblement. On obtient à peine 30 pour 100 de propénylbenzène $C^6H^5.CH=CH.CH^3$ (dérivé dibromé F65,5-66°) à côté d'un peu de toluène et d'une grande quantité de carbinol non attaqué. De même, le phénylbenzylcarbinol, $C^6H^5.CH^2CHOH.C^6H^5$, donne partiellement du stilbène. Quant au diméthylbenzylcarbinol

$$C^6H^5CH^2C\begin{cases}CH^3\\OH\\CH^3\end{cases}$$

il ne se déshydrate aucunement par distillation potassique, mais se décompose en grande partie en toluène et acétone. On voit donc que, contrairement au cas général, la *tendance à la déshydratation va ici en décroissant quand le groupement* $CH^2$ *contigu au radical phényle est suivi d'un groupement alcoolique primaire, secondaire ou tertiaire.*

La déshydratation potassique des alcools naphtyléthyliques se fait avec la même facilité que celle de l'alcool β-phényléthylique [1]. Le β-vinyl-

[1] S. Sabetay, *Bull. Soc. chim.*, 45, 1929, p. 69.

naphtalène était inconnu, le dérivé α imparfaitement connu. A l'occasion de la préparation de l'alcool α-naphtyléthylique primaire Grignard (1907) parle vaguement du naphtyléthylène; Brandis ([1]) décrit un α-vinylnaphtalène qu'il prépare en traitant par le carbonate de sodium, l'acide α-naphtyl-β-bromopropionique; il ne donne aucune constante sauf le point de fusion du dérivé dibromé. Tiffeneau et Daudel ([2]) observent que, par action de l'alcool éthylique sur le bromure d'α-naphtylmagnésium, on obtient divers produits, parmi lesquels une fraction $Eb_{15} = 135\text{-}138°$ « riche en α-naphtyléthylène ». Enfin, deux brevets de Du Pont de Nemours et Imperial Chemical House parlent de la polymérisation des vinylnaphtalènes en vue d'obtenir des résines synthétiques, sans toutefois donner de détails sur leur préparation.

L'*alcool β-(naphtyl-1-)-éthylique* $C^{10}H^7-CH^2-CH^2OH$ a été préparé d'après Grignard. Le produit de la réaction est décomposé, débarrassé de naphtalène par entraînement à la vapeur, distillé et cristallisé. F. 61°. Pour la préparation de l'α-vinylnaphtalène, on mélange une molécule d'alcool naphtyléthylique avec 1,5 molécule de KOH grossièrement pulvérisé et chauffe sous un vide de 30 à 40$^{mm}$. Il distille un mélange d'eau et de dérivé vinylique. Par simple décantation et dessiccation, on isole du premier jet l'α-vinylnaphtalène sensiblement pur, $n_D^{20} = 1,6440$, $d_4^{20} = 1,035$. Il est pratiquement exempt de polymères, car il se dissout dans l'alcool où les polymères sont insolubles. Distillé, il passe sous 15$^{mm}$ à 126-128°, et sous 3-4$^{mm}$ à 115-116°, mais des résines en quantité appréciable restent dans le ballon. Les constantes du corps pur sont : $d_4^{20} = 1,034$, $n_D^{20} = 1,6436$, R.M. tr. 53,86, pour $C^{12}H^{10} = 6$, 50,41, d'où $E\Sigma_D = 2,24$.

L'*α-vinylnaphtalène* $C^{12}H^{20}$ est un liquide réfringent à odeur plus faible que le styrolène, avec un relent naphtalénique. Il donne un dérivé dibromé que nous n'avons pu obtenir cristallisé. Le *picrate*, cristallisé dans l'alcool, est jaune brun; il fond à 101-102° (Maq.). Le *styphnate* est jaune canari. L'α-vinylnaphtalène est plus facilement polymérisable que le styrolène. Par chauffage à température élevée, voire même par distillation sous pression réduite, il se polymérise en une résine claire, transparente, cassante, se ramollissant au-dessous de 100°. La *résine polyvinylnaphtalénique* est soluble dans le chloroforme, le benzène, le toluène, peu soluble dans l'alcool et l'acétone. En solution chloroformique, elle ne décolore pas le brome.

---

([1]) E. Brandis, *Ber. dtsch. chem. Ges.*, 22, 1889, p. 2158.

([2]) Tiffeneau et Daudel, *Comptes rendus*, 147, 1908, p. 679.

Elle est probablement constituée d'après le principe d'enchaînement admis par Staudinger pour le polystyrolène. Un brevet récent de l'Imperial Chemical House revendique les polyvinylnaphtalènes pour la fabrication des masses plastiques, vernis, laques, etc.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Application de l'effet antioxygène au problème de la lutte contre l'incendie. Extinction de la braise en présence d'oxygène.* Note de MM. **Charles Dufraisse** et **Roger Vieillefosse**, présentée par M. Delépine.

Nous avons annoncé antérieurement (¹) que l'air perdait son pouvoir comburant pour la braise quand il contenait, en petites proportions, certaines vapeurs nocives, et, du peu de matière active nécessaire, nous avions conclu à un effet antioxygène.

Mais ce n'était là qu'une démonstration indirecte : la preuve directe eût consisté à montrer qu'effectivement la consommation d'oxygène se trouvait entravée. Il nous a paru utile de chercher à établir ce point, en raison de ses conséquences théoriques et pratiques pour la lutte contre l'incendie.

*a. Particularités de l'étude.* — Le feu, de par sa nature mouvante, ne s'accommode pas de nos techniques ordinaires, établies pour des observations statiques : il a donc fallu imaginer et mettre au point une méthode spéciale. De plus, on a dû tenir compte de causes d'erreurs propres à ce genre de recherches. C'est ainsi que l'on ne doit pas mettre en œuvre de trop fortes doses d'inhibiteurs, sinon on risque d'avoir l'extinction en cours d'essai : dans ce cas, l'oxygène libre que l'on trouve ne correspond manifestement pas à une action antioxygène. Or on manque de critères certains pour reconnaître exactement le moment où se produit l'extinction.

Il faut donc se tenir écarté des concentrations extinctrices, mais alors l'effet antioxygène, peu intense, perd de sa netteté, par suite des fluctuations de toutes sortes qui accompagnent nécessairement un phénomène aussi brutal que la combustion.

Sans doute, dans les expériences que nous poursuivons par ailleurs sur les flammes, nous sommes arrivés à établir des états de régime assez stables pour permettre certaines comparaisons. Mais, avec la braise, rien de semblable n'est possible : tout change à tout instant et d'une manière imprévisible, la forme des fragments, leurs dimensions, leur entassement, leur

(¹) Ch. Dufraisse et R. Horclois, *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 564.

température, leur revêtement de cendres, etc. Il en résulte de grandes variations dans la sensibilité à l'action des inhibiteurs.

Malgré tout, sans atteindre la haute valeur démonstrative de nos catalyses négatives habituelles, nos expériences sur l'ignition sont assez suggestives, croyons-nous, pour ne laisser place à aucun doute.

*b. Technique.* — Dans un fourneau étanche, contenant de la braise allumée, on injectait de l'air chargé de vapeurs par barbotage ; la composition du mélange gazeux était déterminée par le débit d'air et la perte de poids du liquide émetteur de vapeurs. Les gaz étaient analysés à la sortie au moyen d'une burette placée en circuit sur une conduite d'aspiration appropriée. Le prélèvement était effectué après un balayage de 1 minute 3/4, comptée à partir du moment où commençait le barbotage : les observations correspondaient donc sensiblement au début de l'action inhibitrice. On établissait ensuite des diagrammes ayant pour abscisses les concentrations en vapeurs nocives et pour ordonnées les concentrations en oxygène libre, anhydride carbonique, et oxyde de carbone.

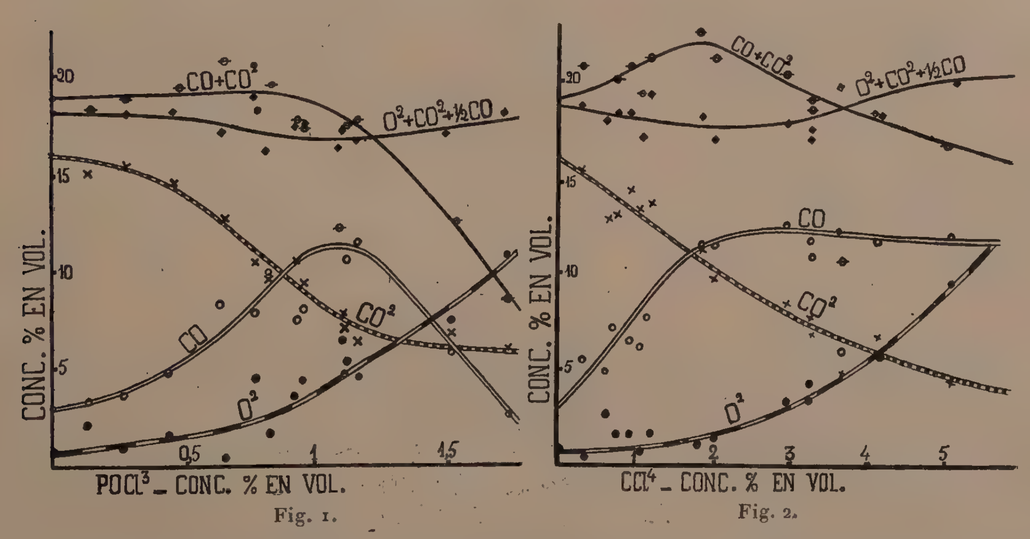



Fig. 1. Fig. 2.

Quand on fait, en série, des essais consécutifs, on arrive instinctivement à se replacer dans des conditions assez analogues pour que les valeurs successives se groupent relativement bien. C'est ce que l'on voit sur les diagrammes 1 et 2, donnés à titre d'exemples et correspondant à des expériences avec l'oxychlorure de phosphore et le tétrachlorure de carbone. Mais le moindre changement et aussi des raisons encore inconnues modifient les courbes, sans toutefois altérer leur allure générale. En raison de ces

causes de variations, nous n'avons retenu comme conclusions de nos expériences que ce qui se dégageait nettement par statistique.

*c. Résultats.* — Voici les principaux faits observés :

1° Dans l'air pur la braise en ignition absorbe avec une grande énergie, la presque totalité de l'oxygène; par suite, la présence d'une proportion notable de ce gaz est l'indice d'un effet antioxygène.

2° Accessoirement, nous avons remarqué que, si l'on fait le bilan de l'oxygène libre et combiné (courbe $O^2 + CO^2 + 1/2\,CO$), on constate un déficit presque constant, non imputable aux erreurs de mesures : une partie de l'oxygène reste donc dans le charbon incandescent.

3° Le premier effet d'un inhibiteur, même à faibles doses, est d'augmenter la teneur en oxyde de carbone aux dépens de l'anhydride carbonique : le feu manifeste d'abord son « malaise » par une combustion incomplète. Pour des actions plus énergiques, la quantité d'oxyde de carbone augmente, puis passe par un maximum et tend à décroître.

4° Au fur et à mesure que la dose de vapeurs extinctrices augmente, la teneur en oxygène libre s'accroît, et, corrélativement, la proportion de charbon brûlé diminue (courbe $CO^2 + CO$) (¹). Le phénomène d'abord lent s'accentue assez brusquement, justement aux environs des concentrations en matière active qui commencent à donner des extinctions rapides.

En résumé, des vapeurs, telles que le tétrachlorure de carbone ou l'oxychlorure de phosphore, exercent réellement sur l'ignition de la braise un effet antioxygène, en entravant l'action de l'oxygène.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Sur la synthèse de l'acide cyanique et de l'urée par oxydation ammoniacale des principes carbonés.* Note de M. **Georges Laude**, présentée par M. R. Fosse.

1. L'acide cyanique est un produit constant de l'oxydation en présence d'ammoniaque : des protides, des glucides, du glycérol, de l'aldéhyde formique [R. Fosse (²)], d'alcools, de phénols, d'aldéhydes, d'acétones, d'acides, d'amines, d'amides, de nitriles, de la méthylcarbylamine [R. Fosse

(¹) La courbe de $CO^2 + CO$ présente un maximum et s'abaisse moins vite dans le cas de $CCl^4$, à cause de l'appoint fourni par les vapeurs chlorocarbonées.

(²) *Comptes rendus*, 168, 1919, p. 320; 169, 1919, p. 91; *Bull. Soc. chim.*, 29, 1920, p. 158.

et G. Laude [1]], d'alcaloïdes, de composés hétérocycliques, de carbures halogénés, de carbures d'hydrogène et du carbone lui-même [G. Laude [2]].

2. La présente Note a pour but de montrer que les rendements en acide cyanique et urée précédemment obtenus sont susceptibles d'être grandement améliorés.

Il est vraisemblable que dans les premières expériences réalisées, une partie notable du corps soumis à l'oxydation échappait à l'action de l'agent oxydant. Les nouveaux résultats ont été obtenus en abaissant dans une large mesure la proportion de matière mise en expérience.

3. Le tableau suivant résume les nouveaux rendements obtenus. Le dosage de la carbimide a été exécuté sous forme d'urée par la méthode de M. R. Fosse [3].

Deux colonnes indiquent les résultats déjà obtenus en employant une proportion plus élevée en matière [4].

| | Proportion des réactifs. | | | | Volume du filtrat. | Urée après oxydation. | Urée et acide cyanique pour 100g ou 100cm³ de matière. Anc. rendements. | | Nouv. rendements. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Substances. | Matière. | $H^2O$. | $NH^3$. | $MnO^4K$. | | | Urée. | Acide cyanique. | Urée. | Acide cyanique. |
| | | | | | *Carbures d'hydrogène.* | | | | | |
| Éthylène | 0,058 | 0 | 20 | 15 | 50 | 0 | 2,74 | 1,96 | 8,62 | 6,17 |
| Acétylène | 0,072 | 0 | 20 | 15 | 50 | traces | 3,69 | 2,64 | 12,63 | 9,05 |
| Naphtalène + Cu | 0,1 | 0 | 15 | 3 | 35 | 0 | 1,82 | 1,30 | 3 | 2,15 |
| Anthracène + Cu | 0,2 | 0 | 15 | 3 | 20 | 0 | 1,12 | 0,80 | 2,82 | 2,02 |
| Méthylcyclohexène + Cu | 0,1 | 0 | 10 | 2,5 | 40 | 0 | 1,93 | 1,38 | 4,57 | 3,27 |
| Pinène + Cu | 0,05 | 0 | 5 | 2 | 20 | 0 | 5,35 | 3,83 | 22,86 | 16,38 |
| | | | | | *Dérivés halogénés.* | | | | | |
| Iodure de méthyle + Cu | 0,05 | 0 | 10 | 2 | 40 | 0 | 5,21 | 3,73 | 29,71 | 21,29 |
| Chloroforme + Cu | 0,05 | 0 | 10 | 0,5 | 20 | 0 | 2,8 | 2 | 14,17 | 10,15 |
| | | | | | *Alcools et Phénols.* | | | | | |
| Méthanol + Cu | 0,02 | 0 | 10 | 5 | 30 | 0 | 20,78 | 14,89 | 47,14 | 33,78 |
| Ethanol + Cu | 0,2 | 0 | 10 | 2 | 35 | 0 | 8,31 | 5,95 | 14,28 | 10,23 |
| Naphtol + Cu | 0,05 | 0 | 10 | 2 | 15 | 0 | 6,70 | 4,85 | 13,71 | 9,82 |
| Naphtol + Cu | 0,05 | 0 | 10 | 2 | 15 | 0 | 10,57 | 7,57 | 15,41 | 11,04 |
| | | | | | *Aldéhydes.* | | | | | |
| Éthanol + Cu | 0,3 | 0 | 10 | 5 | 20 | traces | 5,96 | 4,27 | 17,2 | 12,32 |
| Propanol + Cu | 0,3 | 0 | 10 | 5 | 20 | 0 | 9,78 | 7 | 16,4 | 11,75 |

(1) *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 684 et 1240; 173, 1921, p. 318.

(2) *Thèse de Doctorat*, Paris, 1919; *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1135.

(3) *L'Urée*, 1928, p. 107, Presses universitaires, Paris.

(4) Thèse de Doctorat, Paris, 1919; *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1135.

| Substances. | Proportion des réactifs. Matière. | $H^2O$. | $NH^3$. | $MnO^4K$. | Volume du filtrat. | Urée après oxydation. | Urée et acide cyanique pour 100g ou 100cm³ de matière. Anc. rendements. Urée. | Anc. rendements. Acide cyanique. | Nouv. rendements. Urée. | Nouv. rendements. Acide cyanique. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Acétones.* | | | | | | | | | | |
| Propanone + Cu | 0,1 | 0 | 10 | 2,5 | 30 | 0 | 4,5 | 3,22 | 36,43 | 26,10 |
| Acétophénone + Cu | 0,1 | 0 | 10 | 3 | 30 | 0 | 15,21 | 10,90 | 20 | 14,33 |
| Cyclohexane + Cu | 0,1 | 0 | 10 | 2 | 20 | 0 | 3,1 | 2,22 | 25,43 | 18,22 |
| *Acides.* | | | | | | | | | | |
| Acide malonique + Cu | 0,2 | 0 | 10 | 2 | 20 | 0 | 2,85 | 2,04 | 8,23 | 5,89 |
| Acide cinnamique + Cu | 0,2 | 0 | 10 | 2 | 15 | 0 | 1,96 | 1,40 | 4,85 | 3,47 |
| *Acides-alcools et acides-phénols.* | | | | | | | | | | |
| Acide glycolique + Cu | 0,1 | 0 | 10 | 3 | 20 | traces | 4,85 | 3,47 | 14,82 | 10,62 |
| Acide tartrique + Cu | 0,05 | 0 | 10 | 2 | 20 | 0 | 11,8 | 8,45 | 34,27 | 24,56 |
| Acide salicylique + Cu | 0,02 | 0 | 10 | 3 | 60 | 4,5 | 20,35 | 14,58 | 94,28 | 67,56 |
| Acide *p*-oxybenzoïque + Cu | 0,1 | 0 | 10 | 4 | 30 | 0 | 19,9 | 14,26 | 47,90 | 34,32 |
| *Amines.* | | | | | | | | | | |
| Méthylamine + Cu | 0,014 | 0 | 10 | 5 | 35 | 0 | 44,51 | 31,89 | 61,22 | 43,87 |
| Diméthylamine + Cu | 0,0124 | 0 | 10 | 5 | 35 | 0 | 47,9 | 34,32 | 69,12 | 49,53 |
| Éthylamine + Cu | 0,1 | 0 | 10 | 3 | 20 | 0 | 4,66 | 3,33 | 16,8 | 12,04 |
| Aniline + Cu | 0,2 | 0 | 10 | 4 | 20 | 0 | 28 | 20,06 | 40,28 | 28,86 |
| *p*-Phénylène-diamine | 0,03 | 0 | 10 | 1 | 20 | traces | 27,4 | 19,63 | 55,23 | 39,58 |
| *Amides.* | | | | | | | | | | |
| Oxamide + Cu | 0,05 | 0 | 10 | 1 | 20 | 0 | 12,67 | 9,08 | 17,14 | 12,28 |
| Malonamide + Cu | 0,01 | 0 | 8 | 1 | 50 | 3,82 | 67,14 | 48,11 | 114,3 | 81,91 |
| Succinamide + Cu | 0,05 | 0 | 8 | 1 | 20 | 0 | 1,85 | 1,32 | 10,4 | 7,45 |
| *Nitriles.* | | | | | | | | | | |
| Acétonitrile + Cu | 0,2 | 0 | 10 | 1,5 | 20 | 0 | 6,14 | 4,40 | 16,22 | 11,62 |
| Benzylnitrile + Cu | 0,1 | 0 | 10 | 3 | 20 | 0 | 41,78 | 29,94 | 87,90 | 62,99 |
| *Composés hétérocycliques.* | | | | | | | | | | |
| Furfurol + Cu | 0,1 | 0 | 8 | 2,5 | 60 | traces | 7,5 | 5,87 | 60,4 | 43,28 |
| Pyrrol + Cu | 0,05 | 0 | 10 | 3 | 50 | » | 13,39 | 9,59 | 82,12 | 58,85 |
| Pyridine + Cu | 0,2 | 0 | 10 | 12 | 15 | 0 | 1 | 0,71 | 2,57 | 1,84 |
| Pipéridine + Cu | 0,05 | 0 | 10 | 2 | 25 | 0 | 6,69 | 4,79 | 34,6 | 24,79 |
| Indigotine + Cu | 0,02 | 0 | 8 | 1 | 50 | 15,2 | 13,42 | 9,61 | 121,4 | 87 |
| *Alcaloïdes.* | | | | | | | | | | |
| Chlorhte de quinine + Cu | 0,015 | 0 | 6 | 0,7 | 50 | traces | 9,85 | 7,05 | 29,62 | 21,22 |
| » de morphine + Cu | 0,015 | 0 | 6 | 1,5 | 50 | » | 14,28 | 10,23 | 41,80 | 29,95 |
| » de cocaïne + Cu | 0,015 | 0 | 6 | 0,6 | 50 | 0 | 8,14 | 5,83 | 22,85 | 16,37 |

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Recherches goniométriques sur les atmosphériques*. Note de M. **R. Bureau**, présentée par M. Ch. Maurain.

J'ai apporté plusieurs modifications au goniomètre enregistreur décrit en 1931 (¹); les unes d'ordre mécanique destinées à rendre l'appareil plus robuste et les enregistrements plus lisibles; les autres d'ordre électrique, la principale étant l'application du procédé du Secteur étroit réalisé tout d'abord par R. A. Watson Watt (²). Ce procédé consiste à paralyser l'action d'un appareil sur antenne et peu sensible par celle d'un appareil sur cadre et très sensible de telle manière qu'un courant ne se manifeste à la sortie de l'appareil sur antenne que lorsqu'une source se trouve dans la direction du minimum du cadre. Je l'ai appliqué aux appareils de Saint-Cyr, qui comportent un relais final (appareils à seuil), de la manière suivante : le relais de l'appareil sur cadre coupe, à chaque atmosphérique reçu, le circuit d'utilisation du relais de l'appareil sur antenne. Ce dernier relais provoque les inscriptions sur le diagramme; on voit qu'elles n'ont lieu, si les seuils des deux relais sont bien choisis, que lorsque la source est dans la direction du minimum du cadre, ou plus exactement dans un angle étroit (secteur étroit) autour de ce minimum. Le grand avantage du procédé est de permettre l'inscription *simultanée* de sources placées dans différents azimuts et de mettre en évidence les heures d'apparition et de disparition de chacune d'elles. Il devient ainsi souvent facile de décomposer les courbes d'enregistrement du nombre des atmosphériques en leurs éléments attribuables aux différentes sources, ce qui facilite singulièrement la comparaison de ces courbes avec les phénomènes météorologiques et donne un nouveau moyen de séparer les variations dues aux sources de celles qui sont dues à la propagation.

Voici les principaux résultats fournis par de nombreux enregistrements assurés en mars, avril et mai 1932 (enregistrement photographique sur un plateau tournant en synchronisme avec le cadre; point lumineux projeté par une lanterne se rapprochant du bord au centre du plateau soit en 24, soit en 12, soit en 6, soit en 1 heure; obturateur commandé par le relais de l'antenne; vitesse de rotation, 12 tours à la minute; onde 27 kc/s; pas de lever de doute).

---

(¹) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 170

(²) *Report of the radio research board for the period ended* 31ˢᵗ *Dec.* 1930, p. 58.

Pendant la nuit, on observe presque toujours deux sources principales situées grossièrement à angle droit l'une de l'autre, l'une à peu près NS, l'autre à peu près EW (avec des écarts pouvant atteindre ± 30°). Les sources NS prédominent en général du coucher du soleil à minuit; les sources EW de minuit au lever du soleil; les deux sources sont souvent simultanées pendant plusieurs heures. De plus un nombre important de sources se déplacent progressivement de la direction NS à la direction EW au cours de la nuit. Ces phénomènes se reproduisent chaque nuit (de printemps) avec une régularité remarquable. Les différences d'une nuit à l'autre proviennent du nombre relatif des atmosphériques de chacune des trois catégories (NS, EW et tournants), qui, lui, peut varier dans de fortes proportions.

Les atmosphériques d'après midi peuvent apparaître dans toutes les directions. Ils se présentent souvent dans plusieurs directions simultanées.

Ces résultats sont en accord avec ceux publiés par F. Schindelhauer (1) pour le printemps et une onde d'environ 15 kc/s. Les différences concernent seulement les atmosphériques de jour et peuvent très bien s'expliquer par la différence des longueurs d'onde (sur 27 kc/s les atmosphériques de jour proviennent de distances plus faibles que sur 15 kc/s). Mais les conclusions de Schindelhauer et les miennes ne sont pas en accord. Pour expliquer la remarquable régularité de la variation diurne des directions, Schindelhauer estime nécessaire de placer les sources hors de la troposphère; il les localise dans les couches ionisées et les attribue au mouvement en spirale de particules électrisées le long des lignes de force du champ magnétique terrestre. A mon avis, les résultats s'accordent avec une origine météorologique des sources, la régularité de la variation diurne étant en grande partie attribuable, il est vrai, aux couches ionisées, mais par leur action sur la propagation des ondes provenant de sources lointaines. La fixité relative des deux directions nocturnes serait la conséquence de l'action favorable des continents sur le développement des sources, le continent africain étant responsable des sources NS et le continent américain des sources EW. On doit d'ailleurs s'attendre à ce que cette régularité s'atténue en été quand l'ensemble des sources se rapproche. La rotation nocturne d'une partie des sources serait la conséquence de leur variation diurne, l'heure du maximum étant celle du maximum de convection, c'est-à-dire 15 ou $16^h$ du temps local.

---

(1) *Elektrische Nachrichtentechnik*, 9, 1932, p. 41.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'identité du vacuome métachromatique et de la leucosine des Monadinées et Chrysomonadinées.* Note [1] de M. **Pierre Gavaudan**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Les auteurs ont désigné jusqu'à présent sous le nom de leucosine une substance incolore, de réfringence variable, mais parfois supérieure à celle du cytoplasme, ne noircissant pas par l'acide osmique et localisée en sphères ou ovoïdes plus ou moins volumineux dans le corps de certaines Monadinées, Chrysomonadinées, Cryptomonadinées et Hétérokontées. L'origine et le rôle de cette importante inclusion cellulaire sont demeurés énigmatiques et peu d'éclaircissements ont été apportés depuis les premiers travaux de Klebs [2] et les anciennes recherches qui la considèrent comme un hydrate de carbone [3].

Dans un précédent travail nous avons étudié la leucosine d'une nouvelle Hétérokontée inférieure, *Chlorochromonas polymorpha* [4], et indiqué qu'elle semblait disparaître chez certains individus où elle était remplacée par des vacuoles à cristalloïdes et à granules, colorables par les colorants vitaux. Nous avions alors émis l'hypothèse que la leucosine constituait une substance de réserve dont les vacuoles à cristalloïdes représentaient précisément des stades d'utilisation ou de transformation. Nous avions signalé après M. P.-A. Dangeard [5] la présence de nombreux globules réfringents fortement chromophiles, que Chadefaud [6] a assimilés récemment à un appareil mucifère, et remarqué que les colorants vitaux faisaient parfois apparaître dans le cytoplasme des précipitations dont nous avions souligné l'origine obscure, en nous demandant si elles représentaient des chromidies ou de la métachromatine expulsée des vacuoles.

L'emploi du bleu de crésyl (non utilisé par nous sur *Chl. polymorpha*)

---

(1) Séance du 5 mai 1932.

(2) G. Klebs, *Flagellatenstudien*, II, Teil., *Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie*, 55, Heft 2 et 3, 1892, p. 395-396.

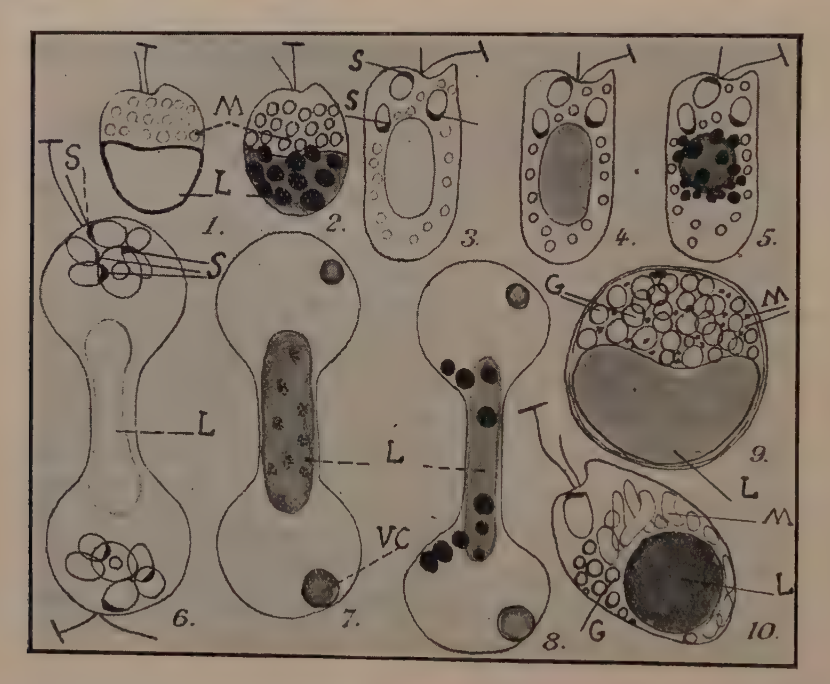
(3) Voir Molisch, *Mikrochemie der Pflanzen*, 2e éd., Iéna, 1921, p. 389-390.

(4) Pierre Gavaudan, *Quelques remarques sur* Chlorochromonas polymorpha, sp. nov. (*Le Botaniste*, 23e série, f. III-IV, mars 1931, p. 277-300).

(5) P.-A. Dangeard, *Notes de vacances sur les organismes inférieurs et la question du vacuome* (*Le Botaniste*, 21e série, f. V-VI, décembre 1929, p. 281-344).

(6) M. Chadefaud, *Sur la cytologie d'un* Monas, *comparée à celle de quelques autres organismes flagellés* (*Ann. de Protist.*, 3, IV, 30 mars 1932, p. 181-191).

dans les recherches que nous avons faites sur un *Ochromonas* sp. apochromatique dont nous étudierons ailleurs la cytologie générale, nous a montré l'exactitude de la distinction faite par Chadefaud entre les « corpuscules mucifères » et ce qu'il nomme vacuome métachromatique dans un *Monas* sp. dont la description correspond d'ailleurs à un *Ochromonas* sp. parfaitement typique. Notre *Ochromonas* sp. a de 10 à 20$^{\mu}$ de grandeur et sa principale caractéristique consiste dans la présence de quatre leucoplastes bien développés, absolument incolores mais le plus souvent tous stigmatifères. La leucosine est plus ou moins facilement discernable en raison de son état très variable de condensation et par conséquent de réfringence, aussi faut-il une grande habitude de l'objet pour la reconnaître dans tous les individus




où nous la considérons comme normalement et constamment présente, bien que Chadefaud ait cru pouvoir en signaler l'absence. Tandis que toutes les inclusions chromophiles préexistantes ou le contenu des vacuoles digestives se colorent en bleu par le bleu de crésyl, la leucosine prend une coloration violacée métachromatique ainsi que la vacuole contractile qui s'arrête souvent en diastole après coloration. Selon l'état de condensation de la vacuole à leucosine, il y précipite des endochromidies typiques de taille variable qui restent *in situ*, ou sont graduellement expulsées dans

le cytoplasme (*fig.* 1, 2, 3, 4, 5). L'examen des individus en division (*fig.* 6, 7, 8), où la leucosine des auteurs occupe une place caractéristique, permet d'assimiler sans réserves cette substance au vacuome métachromatique. La leucosine constitue donc selon nous la partie proprement dite du vacuome, fondamentale et permanente, chez les Monadinées et Chrysomonadinées (comparable au système aleurone-vacuome). L'examen de plusieurs espèces de Monadinées et Chrysomonadinées nous a donné les mêmes résultats. L'étude des phénomènes d'enkystement confirme ces vues et montre que la leucosine, c'est-à-dire le vacuome métachromatique, persiste comme une réserve avec les corps osmioréducteurs (*fig.* 9 : Globules gras, G; Leucosine, L; Appareil mucifère coloré en bleu, M; Vacuole contractile, VC; Stigma et Leucoplaste, S), tandis que l'appareil mucifère semble n'être plus représenté que par de petites granulations bleues, et disparaître.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur le brome normal* (*règne végétal*) : *Plantes et fruits comestibles*. Note de M. **A. Damiens** et M^lle^ **S. Blaignan**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Poursuivant les recherches dont les premiers résultats ont fait l'objet d'une Note antérieure (¹), nous avons déterminé le brome existant normalement dans les tissus de nombreuses plantes ou fruits comestibles. Nous indiquerons les valeurs les plus caractéristiques mises en évidence au cours de ce travail :

| Substances examinées. | Nombre d'échantillons. | Humidité pour 100. | Br mg. pour 100g de mat. sèche. | Cl g. pour 100 de mat. sèche. | Rapport 1000 Br / Cl | Rapport 1000 at. Br / 1 at. Cl |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *Plantes et parties de plantes.* | | | | |
| Pomme de terre (*Solanum tuberosum*) | 2 | 79-80,3 | 0,27-1,43 | 0,63-0,319 | 0,42-4,40 | 0,18-1,95 |
| Topinambour (*Helianthus tuberosus*) | – | – | 0,62 | 0,226 | 2,7 | 1,2 |
| Céleri rave (*Apium rapaceum*) | 2 | 88,8 | 0,38-0,47 | 0,952-0,968 | 0,39-0,48 | 0,17-0,21 |
| Crosne (*Stachys affinis*) | 1 | 90 | 0,61 | 0,037 | 16 | 7,1 |
| Navet (*Brassica napus*) | 2 | 93-86,6 | 0,31-0,89 | 0,441-0,508 | 0,7-1,7 | 0,31-0,75 |

(¹) A. Damiens et S. Blaignan, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 1460.

| Substances examinées. | Nombre d'échantillons. | Humidité pour 100. | Br mg. pour 100g de mat. sèche. | Cl g. pour 100 de mat. sèche. | Rapport 1000 Br / Cl | Rapport 1000 at. Br / 1 at. Cl |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | *Plantes et parties de plantes* (suite). | | | |
| Carotte (*Daucus carota*)... | 1 | 89,2 | 0,39 | 0,489 | 0,79 | 0,35 |
| Betterave (*Beta vulgaris*).. | 2 | 81,2 | 0,37–0,55 | 0,160–0,163 | 2,3–3,3 | 1,02–1,46 |
| Radis rose (*Raphanus sativus*)................ | 1 | 95 | 0,83 | 0,63 | 1,3 | 0,58 |
| Radis noir (*Raphanus sativus*)................ | 1 | 95 | 0,92 | 0,66 | 1,3 | 0,58 |
| Ail (*Allium sativum*)..... | 1 | 17 | 0,44 | 0,063 | 6,9 | 3,06 |
| Oignon (*Allium Cepa*).... | 2 | 18,1 | 0,10–0,22 | 0,059–0,111 | 1,7–1,9 | 0,75–0,84 |
| Échalotte (*Allium ascalonicum*)................ | 1 | 18 | 0,52 | 0,130 | 4,3 | 1,9 |
| Poireau (*Allium Porrum*). | 1 | 80 | 0,30 | 0,219 | 1,3 | 0,58 |
| Asperge (*Asparagus officinalis*)... ........... | 1 | 80 | 2,02 | 0,830 | 2,4 | 1,06 |
| Rhubarbe (*Rheum Rhaponticum*).......... .. | 1 | 95 | 0,75 | 0,26 | 2,8 | 1,24 |
| Chou (*Brassica Oleracea*). | 1 | – | 0,45 | 0,49 | 0,9 | 0,40 |
| Chou-fleur (*Brassica Botrytis*)................ | 2 | 74,5 | 0,67–0,73 | 0,57–0,57 | 1,1–1,2 | 0,49–0,53 |
| Artichaut (*Cynara Scolymus*)................ | 1 | 84 | 0,98 | 0,380 | 2,5 | 1,1 |
| | | | *Fruits.* | | | |
| Abricot (*Armeniaca vulgaris*)................ | 1 | 87,9 | 0,28 | 0,094 | 2,9 | 1,28 |
| Cerise (*Cerasus juliana*)... | 2 | 89 | traces d'halogènes | | | |
| Fraise (*Fragaria vesca*)... | 1 | 92,2 | 0,71 | 0,144 | 4,9 | 2,17 |
| Pêche (*Persica vulgaris*)... | 2 | 88 | traces–0,47 | traces–0,379 | 1,32 | 0,53 |
| Coing (*Cydonia vulgaris*).. | 1 | | 0 | 0 | | |
| Pomme (*Malus communis*). | 1 | 75 | traces d'halogènes | | | |
| Poire (*Pirus communis*)... | 1 | 60 | – | – | | |
| Amande (*Amygdalus communis*)................ | 1 | 15 | – | – | | |
| Prune (*Prunus vulgaris*).. | 1 | 31,4 | – | – | | |
| Nèfle (*Mespilus germanica*). | 1 | | 0 | 0 | | |
| Framboise (*Rubus Idœus*). | 1 | 95 | traces d'halogènes | | | |
| Groseille (*Ribes rubrum*).. | 2 | 85,5 | 0,088–0,17 | 0,012–0,024 | 7,3–7 | 3,24–3,1 |
| Cassis (*Ribes nigrum*)..... | 1 | 30 | 0,094 | 0,013 | 7,2 | 3,19 |
| Orange (*Citrus aurantium*). | 1 | 83 | 0,32 | 0,076 | 4,2 | 1,86 |
| Mandarine (*Citrus deliciosa*)................ | 1 | 83 | 0,53 | 0,364 | 1,4 | 0,62 |
| Raisin (*Vitis vinifera*)........ | 1 | 80 | 0,195 | 0,207 | 0,94 | 0,42 |
| Banane (*Musa paradisiaca*). | 1 | 75,6 | 0,54 | 0,233 | 2,3 | 1,02 |
| Figue (*Ficus carica*)...... | 1 | | 0,18 | 0,066 | 2,7 | 1,2 |

| Substances examinées. | Nombre d'échantillons. | Humidité pour 100. | Br mg pour 100g de mat. sèche. | Cl g. pour 100 de mat. sèche. | Rapport 1000 Br / Cl | Rapport 1000 at. Br / 1 at. Cl |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Fruits* (suite). | | | | | | |
| Melon (*Cucumis melo*)...... | 1 | 90 | 9,45 | 0,765 | 12,3 | 5,6 |
| Melon d'eau (*Cucumis citrullus*)................ | 1 | 92,2 | 26,2 | 1,04 | 25,1 | 11,1 |
| Tomate (*Lycopersicum esculentum*)................ | 6 | 93,5 | 0,95–5,34 | 0,510–1,3 | 1,8–4,1 | 0,79–1,8 |
| *Champignons.* | | | | | | |
| Cèpe (*Boletus edulis*)....., | 2 | 85–90 | 1,3–1,92 | 0,170–0,341 | 7,6–5,6 | 3,37–2,48 |
| Bolet rude (*Boletus scaber*). | 2 | – | 1,4–3,62 | 0,128–0,288 | 10,9–12,5 | 4,8–5,5 |
| Chanterelle (*Cantarellus cibarius*).............. | 1 | – | 0,19 | 0,028 | 6,7 | 2,97 |
| Hydne sinue (*Hydnum repandum*)............... | 1 | – | 3,26 | 1,35 | 2,4 | 1,06 |
| Clavaire (*Clavaria flava*)... | 1 | – | 0,90 | 0,151 | 5,9 | 2,6 |
| Mousseron (*Tricholoma Georgii*)............... | 1 | 91 | 0,82 | 0,109 | 7,5 | 3,3 |
| Marasme (*Marasmius oreades*)............... | 1 | – | 0,29 | | | |
| Champignon de couche (*Pratella campestris*)........ | 1 | 85,2 | 1,54 | 1,03 | 1,5 | 0,66 |
| Levure de bière........... | | | 0,30 | 0,057 | 5,2 | 2,3 |

De cet ensemble de résultats, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° Il se confirme que le brome est un élément normal du règne végétal et qu'on le rencontre en proportions parfois importantes dans certaines plantes comestibles.

2° Pour les plantes et parties de plantes, exception faite des fruits, la proportion de brome, en milligrammes pour 100g de matière sèche, varie entre 0,17 et 2,02, les rapports 1000at Br/1at Cl entre 0,17 et 7,1.

3° Pour les fruits, la proportion de brome en milligrammes pour 100g de matière sèche est, dans beaucoup de cas, extrêmement faible, en particulier dans la famille des rosacées, les fraises faisant cependant exception avec une teneur de 0,71, et les pêches, pour un cas particulier, avec 0,47.

Par contre, le melon est extrêmement riche (entre 9,45 et 26,2), ainsi que la tomate (dans laquelle on a trouvé jusque 5,34 pour le fruit entier).

Les rapports 1000at Br/1at Cl subissent des variations de même sens, dépassant 11 dans le melon, et atteignant, dans certains échantillons de tomates, 1,8.

En ce qui concerne les champignons, il est remarquable que leur teneur en brome soit en général relativement élevée et que, parmi les variétés comestibles, elle puisse atteindre $3^{mg},6$ pour $100^{g}$ pour un échantillon de bolet. Les rapports brome/chlore sont eux-mêmes assez forts.

CYTOLOGIE. — *Sur le rôle du chondriome dans les manifestations de la sexualisation cytoplasmique.* Note de M. **Ph. Joyet-Lavergne**, présentée par M. d'Arsonval.

La sexualisation du chondriome chez les Sporozoaires se manifeste par les caractères suivants : le chondriome du mâle est constitué par des éléments plus nombreux, plus trapus. Il est basophile, plus riche en phosphore. Il peut fixer le fer, l'argent, l'osmium, la fuchsine, plus énergiquement que le chondriome femelle. Il a, d'une façon générale, des affinités colorantes plus nombreuses et plus intenses que celles du chondriome femelle.

Dans nos recherches sur les caractères sexuels physico-chimiques, nous avons été obligé de négliger, momentanément, le rôle du chondriome, parce que ce rôle n'était pas connu. Les résultats que nous avons obtenus depuis [1] ont montré l'existence du pouvoir oxydo-réducteur du chondriome.

Des recherches en cours, dont le détail sera publié ultérieurement, confirment, par des méthodes nouvelles, ce pouvoir oxydo-réducteur. Le rôle du chondriome dans les oxydo-réductions intracellulaires apparaît aujourd'hui bien établi. Ce rôle n'est point négligeable. Il convient donc de préciser les conséquences qu'entraîne cette constatation, au point de vue de nos conclusions antérieures.

En reprenant nos expériences de colorations vitales sur les Grégarines, nous avons constaté que le chondriome intervient, par son pouvoir oxydo-réducteur, dans le mécanisme de ces colorations. Les différences sexuelles de coloration que nous obtenons expriment bien des différences dans les pouvoirs d'oxydation du cytoplasme mâle et du cytoplasme femelle, mais l'intervention du chondriome dans l'équilibre qui s'établit, entre la forme oxydée et la forme réduite du colorant, nous montre que cet état d'équi-

---

(1) Ph. Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1587; 186, 1928, p. 471 et 595; *C. R. Soc. Biol.*, 97, 1927, p. 327; 98, 1928, p. 501 et 567.

libre n'est pas comparable, comme nous l'avions supposé tout d'abord, aux mécanismes d'oxydo-réductions des solutions tels que ceux qui se réalisent dans les mesures quantitatives de rH. Les phénomènes qui se passent dans la cellule sont plus complexes que ceux des solutions et nous serons plus près de la vérité en remplaçant, dans l'énoncé de la première loi de sexualisation (1), le terme : potentiel d'oxydo-réduction (rH) par celui, plus vague, de pouvoir d'oxydation. Le sens général de l'énoncé reste le même et aucune autre modification n'est à apporter à l'ouvrage *La physico-chimie de la sexualité*.

Le pouvoir oxydo-réducteur du chondriome est en relation avec l'existence du glutathion. Giroud (2) qui a confirmé et généralisé nos résultats, au point de vue de la présence du glutathion sur le chondriome, a, en outre, démontré l'existence d'une certaine quantité de glutathion dans le hyaloplasme. Les réactions que nous avons utilisées, dans nos recherches sur les rapports entre le glutathion et le rH, n'entraînant pas la mise en liberté de tout le glutathion fixé sur le chondriome, mettent surtout en évidence la partie de glutathion contenue dans le hyaloplasme. Le glutathion réduit, qui apparaît, dans ces conditions expérimentales, est plus abondant pour la cellule femelle, il est un des facteurs de son pouvoir réducteur plus élevé.

Si nous avions pu faire la comparaison entre le glutathion total fixé sur le chondriome mâle et celui qui est fixé sur le chondriome femelle, nous aurions, peut-être, obtenu un résultat différent, étant donné que le chondriome mâle est plus abondant que le chondriome femelle. Des déterminations quantitatives précises, par des procédés qui, loin de ménager l'intégrité de l'architecture cellulaire, provoqueront, au contraire, la mise en liberté de tous les groupements sulfhydriles, permettront de connaître la différence de teneur globale en glutathion qui est en relation avec le sexe.

Les différences que présentent le chondriome mâle et le chondriome femelle dans leur comportement vis-à-vis d'agents chimiques divers sont les manifestations des différences physico-chimiques sexuelles qui existent entre les chondriomes. Certaines de ces réactions chimiques différentielles semblent montrer que les pouvoirs d'oxydo-réduction des éléments du chondriome ne sont pas exactement les mêmes, suivant le sexe considéré.

*Conclusions.* — Dans l'interprétation des résultats obtenus par les

---

(1) Ph. Joyet-Lavergne, *Rev. gén. Sc. p. et appl.*, 37, 1926, p. 547.

(2) A. Giroud, *Protoplasma*, 7, 1929, p. 72.

recherches sur les caractères physico-chimiques de la sexualité et dans l'orientation de ces recherches, il y a lieu de tenir compte du pouvoir oxydo-réducteur du chondriome. Étant données les différences sexuelles morphologiques et chimiques entre les chondriomes, ce pouvoir n'est pas le même suivant le sexe considéré.

MÉCANIQUE ANIMALE. — *Sur le vol par battement au point fixe.* Note de MM. **A. Magnan** et **A. Sainte-Laguë**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons cherché à évaluer la puissance nécessaire à un être volant pour se maintenir en air calme au point fixe, à une altitude constante et au moyen de battements d'ailes, ce que réalisent fréquemment quelques oiseaux et de nombreux insectes.

Nous avons constaté que cette puissance était liée au nombre $n$ de battements par seconde et d'autant plus faible que ce nombre $n$ était plus grand.

Décomposons schématiquement le temps $1/n$ du battement en deux : une période passive, dont nous admettrons pour simplifier que la durée soit $1/2n$, pendant laquelle l'animal tombe d'une quantité $g/8n^2$, et une période active de même durée, pendant laquelle, par un coup d'ailes, le volateur de poids $p$ regagne la hauteur perdue en fournissant le travail $pg/8n^2$. Comme il fournit ce travail $n$ fois par seconde, on voit que la puissance nécessaire est $pg/8n$, inversement proportionnelle à $n$.

La puissance unitaire, quotient de la puissance totale par le poids de l'animal, est donnée par $g/8n$; elle indique que le vol est ainsi plus facile pour les petits animaux que pour les grands, $n$ étant, comme nous l'avons constaté, plus considérable chez les premiers.

En réalité, le battement se fait en déplaçant une surface alaire $2S$ avec une certaine vitesse angulaire moyenne $\omega$, l'amplitude du déplacement étant $2\theta$. Si l'on utilise, faute de mieux en l'état de nos connaissances actuelles en aérodynamique, la formule $KSV^2$ donnant la résistance d'un plan mince, on peut déduire de ces données le calcul du travail effectué par les deux ailes dans la période active du battement. Ce calcul ne comporte que des difficultés d'ordre mathématique; il montre d'ailleurs l'importance considérable qu'a l'amplitude de l'angle de battement. Chez les insectes cet angle est souvent de 45 à 50° seulement et c'est dans cette hypothèse qu'ont été faits les calculs ci-après.

En admettant que la loi de variation de $\omega$ en fonction du temps $t$ est

sinusoïdale et que le centre de poussée est à une distance de l'axe d'articulation de l'aile obtenue en multipliant sa longueur L par un coefficient que nous avons pris égal à 0,58, on trouve que ce travail est en kilogrammètres $1{,}7\,\mathrm{K}n^2\mathrm{SL}^3$. Les hypothèses numériques adoptées, qui donnent l'ordre de grandeur des résultats, proviennent des valeurs moyennes utilisant les très nombreuses données morphologiques et cinématographiques que nous possédons.

On remarquera que, dans la formule donnant le travail effectué en un temps $1/2n$, $n$ entre au carré et L au cube. Il y a là des éléments dont la variation permet d'expliquer la plupart des différences que comportent certains modes de battement. En égalant ce travail moteur à celui qui provenait de la perte d'altitude due à l'action de la pesanteur, on obtient $p = 0{,}09\,\mathrm{SL}^3 n^4$, formule reliant le poids $p$, la surface d'une aile S, sa longueur L et le nombre $n$ de battements. Ce dernier intervient à la quatrième puissance, car le travail nécessaire est, comme on l'a vu, inversement proportionnel à $n^2$ et chaque abaissée de l'aile donne un travail moteur proportionnel au carré de la vitesse, donc à $n^2$.

Nous donnons dans le tableau ci-dessous pour divers oiseaux ou insectes, en prenant comme unités le gramme et le centimètre, les valeurs de $p$, S, L, compte tenu des hypothèses, et les valeurs du nombre $n$ de battements fournis par la formule précédente qui devient ici : $n = 98\sqrt[4]{p/\mathrm{SL}^3}$.

| | $p$. | S. | L. | $n$. |
|---|---|---|---|---|
| Phalène (*Venilia maculata*)......... | 0,021 | 1,72 | 1,60 | 28 |
| Mouche bleue (*Calliphora vomitaria*). | 0,090 | 0,25 | 1 | 76 |
| Bourdon (*Bombus apricus*).......... | 0,230 | 0,36 | 1,25 | 74 |
| Mouche noire (*Sarcophaga*).......... | 0,045 | 0,123 | 0,75 | 98 |
| Guêpe (*Vespa germanica*).......... | 0,190 | 0,43 | 1,5 | 59 |
| Papillon (*Rhodocera rhamni*)....... | 0,107 | 4,1 | 2,7 | 19 |
| Oiseau-mouche (*Epherusa eximia*)... | 2,55 | 6 | 4,5 | 27 |
| Crécerelle (*Tinnunculus tinnunculus*). | 172 | 353 | 34,5 | 5 |

Les nombres réels de battements observés sont respectivement 25, 110, 100, 135, 80, 20, 30 et 6.

Ils sont pour la plupart supérieurs d'environ 30 pour 100 à ceux que nous avons calculés ; cela tient à diverses raisons, en particulier à la complexité du mouvement de l'aile, et au fait que la remontée ne se fait pas à résistance nulle, d'où une perte de travail qu'il faut compenser par une augmentation du nombre des battements.

Si cette loi pouvait s'appliquer au vol mécanique, un homme porté par un

appareil à ailes battantes, le poids total étant 100$^{kg}$, pour se sustenter devrait faire effectuer aux ailes 13 à 20 battements par seconde, les surfaces alaires nécessaires étant inférieures pour des formes usuelles au mètre carré.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur l'efficacité excitatrice des décharges de condensateur au-dessous de la rhéobase.* Note [1] de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons comparé [2] les durées des ondes exponentielles et des ondes cunéiformes qui, à partir de la même intensité initiale, réalisent l'excitation liminaire.

L'onde cunéiforme OAD coupe l'onde exponentielle correspondante OAE en un point M. On peut affirmer que cette dernière est efficace dans toute la région AM. En effet, si elle cessait d'être efficace plus haut, en N par exemple, le seuil d'excitation serait dû au seul arc AN.

Dès lors, l'onde cunéiforme OAN, qui débite entre A et N des intensités supérieures aux précédentes, serait *a fortiori* efficace.

Or elle ne l'est pas, puisque située au-dessous de l'onde cunéiforme OAD qui est juste capable de donner le seuil sous cette forme.

Ainsi, l'étude des points d'intersection M des ondes liminaires des deux espèces nous permet, sans qu'il soit besoin de mettre en œuvre un appareil interrupteur du cours des ondes exponentielles, d'atteindre une limite supérieure de l'efficacité de celles-ci.

L'emplacement du point M peut dans chaque cas être calculé au moyen de nos données expérimentales précédentes : rapports des durées $T/t$.

Voici les valeurs de la cote de M (M*m*), celle du sommet A étant pour chaque onde représentée par le nombre 40 :

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C..... | 567 | 1068 | 1260 | 1480 | 2000 | 2367 | 3068 | 4000 | 7000 |
| M*m*... | 10 | 12 | 13 | 14 | 15,5 | 17,5 | 20 | 22,5 | 30 |

Comme on connaît dans chaque cas les valeurs de l'intensité initiale OA en fonction de la rhéobase on passe facilement aux valeurs de M*m* rapportées chaque fois à la rhéobase (prise ici égale à 40) :

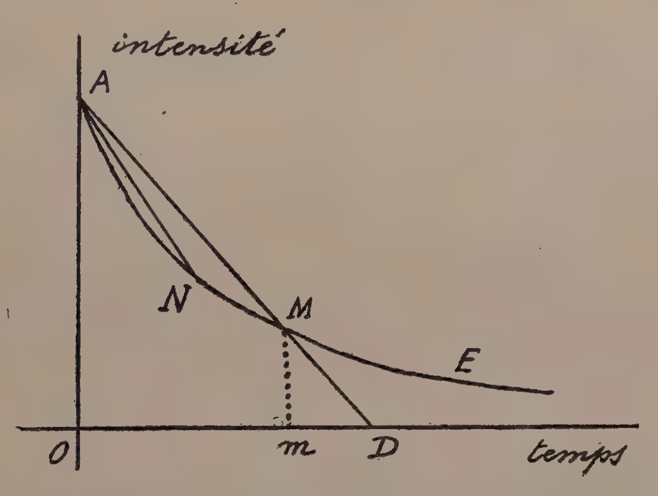
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C..... | 567 | 1068 | 1260 | 1480 | 2000 | 2367 | 3068 | 4000 | 7000 |
| M*m*... | 36,8 | 29 | 28,6 | 28 | 27,2 | 28,7 | 29,8 | 30 | 36 |

(1) Séance du 30 mai 1932.

(2) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1760.

On voit que les cotes M$m$, limites supérieures d'efficacité, sont exprimées par des chiffres nettement inférieurs à la rhéobase 40. Le minimum de cote a lieu au voisinage de la chronaxie qui correspondrait à un condensateur de 1520 μμf.

Ces valeurs déjà particulièrement basses par rapport à la rhéobase sont certainement très au-dessus des limites exactes de l'efficacité. On peut admettre pour calculer celles-ci que l'onde exponentielle doit débiter, après son intersection M avec l'onde cunéiforme et au-dessus de MD, une quantité d'électricité égale à ce que cette dernière a débité en plus avant l'intersection.




On trouve alors des limites d'efficacité très basses. En particulier, selon ce principe, des ondes très brèves sont tout entières efficaces. Nous avons vu, en effet, que le rapport $T/t$ de la durée T des ondes cunéiformes à la constante de temps $t$ des ondes exponentielles correspondantes tend vers deux quand $t$ tend vers zéro. De telles ondes ont même surface totale et la compensation des quantités exige l'intervention de toute l'onde.

Nous montrerons que l'efficacité des ondes au-dessous de la rhéobase, vérifiée sans le secours d'hypothèse par le seul examen des cotes M$n$, est incompatible avec les formules usuelles d'excitabilité.

Ces formules comportent un élément différentiel d'excitation de la forme $dE = f(E, i)\, dt$, exprimé au moyen de données actuelles : intensité de courant $i$, grandeur de l'excitation actuelle E. La charge ionique $q$, retenue dans le tissu par capacité de polarisation, doit intervenir à la place de $i$, charge appréciable non par la seule valeur actuelle $i$ du courant, mais par toutes les valeurs précédentes de cette intensité.

Le phénomène de charge du tissu dans le temps jouerait donc encore un rôle pour des durées non extrêmement brèves, de l'ordre de la chronaxie, et même de plusieurs chronaxies.

IMMUNOLOGIE. — *Action vaccinante réciproque des venins d'Abeille et de Vipère aspic.* Note [1] de Mme **Phisalix**, présentée par M. Bouvier.

C. Phisalix a mis en évidence le pouvoir vaccinant que possède le venin de Frelon (*Vespa crabro* Lin.), vis-à-vis du venin de la Vipère aspic (*Vipera aspis* Lin.).

Ce pouvoir appartiendrait-il au venin d'autres Hyménoptères notamment à celui de l'Abeille domestique (*Apis mellifica* Lin.)?

La vérification en vaut la peine, tant en raison de son intérêt théorique que de ses conséquences d'ordre pratique pour ceux qui sont exposés soit aux multiples piqûres des Abeilles, soit aux morsures de Vipère.

1. Vaccination contre le venin de vipère au moyen du venin d'abeilles :

*Technique.* — Les animaux sensibles, cobayes et souris, ont reçu le venin d'Abeille soit par piqûre directe, soit par inoculation de venin frais dissous, ou d'une macération de l'appareil venimeux tout entier dans l'eau salée physiologique, soit enfin la solution de venin rendue atoxique par un chauffage approprié. Dans tous les cas, les effets du venin se sont montrés les mêmes, à l'intensité près, ainsi qu'à la durée de la survie. C'est toujours la piqûre qui se montre la plus active, car l'appareil venimeux, qui a sa musculation autonome, est généralement retenu par les barbelures de l'aiguillon dans les tissus piqués, et par son jeu rythmique, toute la réserve de la vésicule à venin est inoculée.

*Vaccination du Cobaye : Expérience* 1. — Un Cobaye, adulte pesant 560g, reçoit sous la peau préalablement rasée, les piqûres successives de 8 Abeilles à intervalles de 10 à 15 minutes; les Abeilles laissent leur aiguillon dans la peau.

Les symptômes dus à chaque piqûre se réduisent à une douleur passagère immédiate et à un œdème local modéré un peu plus tardif. Il se fait, dans les jours suivants, autour de chaque piqûre, un cercle de nécrose d'environ 5mm de diamètre.

Au troisième jour après les piqûres, le cobaye est éprouvé par inoculation sous-cutanée d'une dose de venin de Vipère, soit 0mg,40, qui tue les témoins en 6 à 8 heures : il résiste et se montre ainsi vacciné contre le venin de Vipère.

---

[1] Séance du 23 mai 1932.

*Expérience* 2. — Un second Cobaye, pesant $510^g$, reçoit aux mêmes intervalles, les piqûres de 10 Abeilles (dose qui marque la résistance limite de l'espèce). Il se comporte comme le premier Cobaye. Huit jours après, il reçoit encore sous la peau $2^{cm^3}$ d'une solution de venin frais d'Abeille, correspondant à $1^{mg}$,50 de venin sec, et dissous dans l'eau salée et glycérinée à 5 pour 100. Huit jours après, il résiste, comme le premier, à l'épreuve par inoculation de la dose mortelle de venin de Vipère.

*Vaccination de la Souris.* — Le symptôme dominant de l'intoxication par le venin d'Abeille est la convulsion précoce, qui suit immédiatement la période de douleur.

*Expérience* 3. — Une Souris mâle adulte pesant $38^g$ reçoit, à intervalles de 24 heures, les piqûres de 4, 3, 3 et 2 Abeilles, soit en tout 12 piqûres. C'est là une limite supérieure, car généralement 3 à 5 piqûres suffisent à tuer la Souris. Après chaque série de piqûres, la Souris présente, outre la douleur, des phénomènes de convulsions toniques et cloniques, qui se traduisent, en dehors des secousses, par une attitude particulière : arc-boutée sur les 4 pattes raides et rapprochées, son museau touche le sol, et sa queue vibrante est relevée verticalement. Puis survient chaque fois une période de résolution partielle et de stupeur, avant le retour à la normale. 48 heures après la dernière piqûre, la Souris résiste à l'inoculation sous-cutanée de la dose de $0^{mg}$, 10 de venin de Vipère qui tue le témoin en 6 heures.

*Expérience* 4. — Deux Souris mâles reçoivent l'une $0^{cm^3}$, 50, l'autre $1^{cm^3}$ d'une macération des appareils venimeux frais de 10 Abeilles; doses qui correspondent respectivement à $0^{mg}$, 60, et $1^{mg}$ de venin sec : elles résistent, comme la précédente, non seulement à la dose mortelle de venin d'Abeille, mais encore à la dose mortelle de venin de Vipère.

*Remarque.* — On obtient encore le même résultat en employant les solutions de venin frais d'Abeille, rendues atoxiques par le chauffage à 150° pendant 15 minutes, ou deux fois à 60° pendant 20 minutes.

2. Vaccination contre le venin d'Abeille au moyen du venin de Vipère. — Le venin de Vipère en solution, à 1 pour 1000, ou à 1 pour 10000 dans l'eau salée physiologique, perd sa toxicité globale quand on le chauffe en pipette close à la température de 75° pendant 15 minutes, mais conserve son action antivenimeuse (C. Phisalix et G. Bertrand) et antirabique (M. Phisalix).

Les expériences suivantes montrent que, dans ces conditions, il possède aussi un pouvoir vaccinant contre le venin d'Abeille.

*Vaccination de la Souris : Expérience* 5. — Quatre Souris adultes reçoivent

chacune sous la peau $1^{cm^3}$ d'une solution à 1 pour 10000 d'une solution de venin de vipère.

48 heures après, la première Souris est éprouvée par les piqûres consécutives de 5 Abeilles, la deuxième par celles de 3 Abeilles (nombre de piqûres qui, avec le lot d'Abeilles employées, ont tué les témoins en 15 heures et en 3 jours); elles résistent.

La troisième Souris reçoit $0^{cm^3},75$ d'une macération de 15 aiguillons, la souris n° 4 reçoit pareillement $1^{cm^3}$ de la même macération correspondant à 25 aiguillons, du même lot d'Abeilles, doses qui font périr les témoins en 21 et 22 heures; toutes deux résistent; les 4 souris sont ainsi vaccinées contre le venin d'Abeille.

De l'ensemble de ces expériences, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° *Aussi bien que le venin de Frelon, le venin d'Abeille, inoculé frais ou chauffé, vaccine les animaux (Cobaye et Souris) à la fois contre sa propre action et contre celle du venin de Vipère.*

Inversement :

2° *Le venin de Vipère, inoculé en solution fraîche ou chauffée vaccine les animaux à la fois contre sa propre action et contre celle du venin d'Abeille.*

Ces faits ne sauraient laisser indifférents ceux qui, par profession, par goût ou par sport, se trouvent fréquemment exposés aux piqûres d'Abeille ou aux morsures de Vipère, notamment les apiculteurs, les travailleurs des champs et des bois, les chasseurs et les chasseurs de Serpents.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Immunisation des cobayes contre la morve.* Note de MM. **R. Legroux**, **Kemal-Djemil** et Mme **Colette Jéramec**, présentée par M. E. Roux.

Jusqu'à présent on n'est pas parvenu à immuniser les cobayes contre la morve.

Les essais entrepris jadis par Maurice Nicolle [1] ont montré que les bacilles tués par l'alcool-éther sont pathogènes puisque leur introduction dans l'organisme entraîne la mort des animaux. Nous nous sommes rendu compte que la macération aqueuse de bacilles morts exerce sur les cobayes un effet toxique : une culture de 24 heures à 37° sur gélose nutritive est

(1) *Annales de l'Institut Pasteur*, 20, 1906, p. 625.

émulsionnée dans l'eau physiologique de façon à obtenir une épaisse suspension de plusieurs dizaines de milliards de corps microbiens par centimètre cube. Cette macération est chauffée au bain-marie à 80° pendant 1 heure, toutes les bactéries sont tuées; le liquide centrifugé puis filtré est injecté dans le péritoine de cobayes mâles aux doses de $1^{cm^3}$ et, après 6 jours, de $2^{cm^3}$; 48 heures après les cobayes meurent présentant une congestion abdominale surtout prononcée sur *musculus testis*.

Dans une Note précédente nous avons montré comment on pouvait obtenir un principe lytique transmissible pour le bacille morveux ([1]), nous avons alors recherché si le filtrat de cette lyse microbienne était pathogène pour les animaux. Des cobayes mâles de 450 à $500^g$ reçoivent dans le péritoine $1^{cm^3}$ de ce lysat, ils maigrissent rapidement; 6 jours plus tard on leur injecte de même façon $2^{cm^3}$, ils meurent après 48 heures ayant perdu environ $150^g$ de leur poids.

Ce liquide, capable de lyser le bacille morveux dans les cultures et de faire périr les cobayes, perd à la fois son pouvoir lytique ([2]) et son pouvoir toxique s'il est mis à l'étuve après avoir été additionné de $0^{cm^3},2$ de formol pour 1000.

Une première série d'animaux reçoit dans le péritoine $1^{cm^3}$, puis après six jours $2^{cm^3}$ de ce liquide *ana-bactériolytique;* les cobayes montrent un amaigrissement passager du deuxième au cinquième jour, puis reprennent leur poids normal et restent en bonne santé. Avec une autre série de cobayes nous avons recherché quelles doses les animaux pouvaient supporter sans dommage, nous avons observé qu'il était possible d'injecter en deux fois jusqu'à $10^{cm^3}$ de ce liquide formolé dans le péritoine de cobayes de poids moyen de $375^g$; cette dose, qui est loin de la dose mortelle, est déjà considérable par rapport au poids de l'animal.

Six jours après la deuxième injection, tous les cobayes ainsi traités ont été inoculés dans le péritoine avec une dose de culture de bacilles morveux capable d'entraîner la mort des témoins en dix à onze jours. Aucun des animaux préparés n'a succombé; ils sont encore vivants, quelques-uns depuis cinq mois.

L'un de nous (Kemal-Djémil), dans un but d'immuno-transfusion humaine, s'est injecté sous la peau $0^{cm^3},5$ de liquide formolé, puis 15 jours après $2^{cm^3}$. A la suite de ces injections qui, ont entraîné chaque fois une

---

([1]) *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 1117.
([2]) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 319.

réaction locale et générale de 4 à 5 jours, son sérum a présenté des propriétés agglutinantes pour le bacille de la morve : 15 jours après la première injection une dilution au 1/500$^e$ de sérum, et 15 jours après la seconde une dilution au 1/5000$^e$, agglutinaient le bacille ; il va sans dire que ce sérum n'exerçait auparavant aucune action sur les cultures de morve.

L'immunisation des cobayes contre la morve est donc certaine, dans les conditions que nous venons de préciser. Des expériences en cours nous montreront si l'immunisation réussit sur d'autres espèces animales contre la morve, ainsi que dans d'autres états pathologiques, au moyen des liquides ana-bactériolytiques.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Phénomènes paradoxaux de la propriété immunisante du virus aphteux* (¹). Note de M. **J. Lignières**, transmise par M. E. Leclainche.

Tous les auteurs ont soutenu que le plus sûr moyen de donner l'immunité contre un virus aphteux était de produire un aphte par inoculation de ce virus. Cela est toujours vrai quand il y a généralisation à la suite de cette inoculation, et souvent aussi quand la lésion aphteuse reste unique ou localisée.

Cependant, je vais indiquer deux circonstances dans lesquelles une lésion locale, même très forte, ne produit aucune immunité contre le même virus. On savait déjà que l'injection préalable à des cobayes de substances variées, comme du sérum d'une autre espèce animale, du lait, etc., peut les sensibiliser au virus aphteux. Nous allons voir que cette sensibilisation s'observe parfois aussi lorsqu'on inocule simultanément sous la peau d'un cobaye un peu de sérum antiaphteux actif, $0^{cm^3},5$ par exemple, et du virus aphteux dans le derme de la face plantaire. Dans ces conditions, si le sérum employé est assez actif, il n'empêche pas l'évolution d'une forte lésion aphteuse à la patte ; mais il évite la généralisation : c'est une bonne méthode indiquée par Waldmann pour mesurer l'activité des sérums antiaphteux.

Après complète guérison des lésions plantaires, on devrait logiquement constater toujours chez ces cobayes une forte immunité lorsqu'on leur inocule de nouveau, à l'autre face plantaire restée saine, soit un virus d'un

(¹) J. Lignières, *La détermination des types de virus aphteux* (*Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1691) ; *Sur la variabilité de la qualité pathogène et immunisante du virus aphteux* (*Ibid.*, p. 1863).

type identique, soit le même virus que la première fois. Cependant, un certain nombre de ces cobayes non seulement ne montrent pas d'immunité, mais paraissent avoir été sensibilisés et ils font une très forte généralisation.

Voilà donc l'exemple d'un aphte local qui n'est pas producteur d'immunité. J'ai obtenu ces résultats avec plusieurs virus, de provenances diverses, et avec des sérums antiaphteux de l'île de Riems ou recueillis par mes soins sur des bovidés hyperimmunisés. Chose curieuse, jusqu'ici il m'a été impossible d'obtenir à volonté ces sensibilisations avec du sérum antiaphteux associé au virus.

En effet, dans toutes ces expériences il y a toujours des sujets qui ne manifestent pas de réaction après la deuxième inoculation; parfois même, des groupes entiers restent indifférents à l'inoculation d'épreuve du même virus.

J'aborde maintenant un autre fait encore plus paradoxal, si possible, et je crois, entièrement nouveau.

Lorsqu'on fait avec du virus aphteux de fortes dilutions au 1/100 000$^{e}$ ou plus dans de l'eau glycérinée, et qu'on inocule ces dilutions dans le derme plantaire de gros cobayes, un certain nombre de ceux-ci montrent une lésion aphteuse typique qui reste unique, *sans généralisation*. Après complète guérison de cette lésion plantaire, si l'on inocule le même animal avec le même virus, il n'a acquis aucune immunité, il fait aussi vite que les témoins une magnifique généralisation.

Plus encore, si on prélève du virus aphteux dans la lésion locale provoquée directement par le virus très dilué, et qu'on inocule ce virus à la face plantaire de plusieurs cobayes neufs, ils font tous une assez forte lésion aphteuse, toujours locale, *qui ne se généralise pas et qui ne donne pas non plus d'immunité*, puisque un mois après environ, si l'on inocule ces sujets dans le derme plantaire avec le même virus non dilué, ils font une généralisation normale. Voici quelques exemples, entre plusieurs :

Le 27 janvier 1932 quatre cobayes sont inoculés dans le derme plantaire avec une dilution au 1/100 000$^{e}$ de virus type A (mélange de trois virus recueillis dans le courant de 1931). Un seul ne présente rien; les trois autres font des lésions locales très nettes, parfois du volume d'une grosse lentille, mais sans généralisation. Le 6 février 1932 ils sont complètement guéris; ils reçoivent alors à la face plantaire de l'autre patte une inoculation du même virus type A non fortement dilué. Tous font une grave infection aphteuse généralisée dès le deuxième jour, comme les témoins.

A la même date, une expérience avec du virus Anglais type O me donne des résultats identiques.

Le 9 février 1932 les cobayes n$^{os}$ 23 et 24 série E sont inoculés à la face plantaire avec une dilution au 1/100 000$^{e}$ de virus A; seul, le n° 23 fait une lésion locale le 12 février. Ce même jour, je prélève un peu de sérosité à ce cobaye n° 23 et je l'inocule après l'avoir mélangée à quatre gouttes d'eau glycérinée, *ce qui est une très faible dilution*, aux cobayes n$^{os}$ 28 et 29. Ceux-ci font de fortes lésions locales avec ampoule, *mais sans généralisation*.

Le 27 février, ces deux cobayes sont guéris; ils reçoivent alors à la face plantaire le même virus type *A* primitif sans dilution forte. Le 29 février, le cobaye n° 29 montre des lésions généralisées, et le n° 28 le 1$^{er}$ mars.

*En conséquence, le virus aphteux très dilué retiré des lésions qu'il produit parfois, semble avoir changé brusquement ses qualités virulentes et immunisantes, ce qui est tout à fait inattendu.*

J'ai obtenu les mêmes résultats avec tous les virus différents dont je disposais, de sorte qu'on doit les accepter comme exacts.

Conclusions. — *Contrairement à ce qui avait été admis jusqu'ici, une lésion aphteuse locale peut ne laisser après elle aucune immunité. Si j'ajoute que, dans la méthode de vaccination que je vais faire connaître, l'immunité est obtenue sans production d'aphtes, on est en droit de dire que, dans la fièvre aphteuse, les aphtes ne produisent pas toujours l'immunité et que celle-ci peut être obtenue sans la production d'aphtes.*

La séance est levée à 15$^{h}$55$^{m}$.

E. P.

---

## *ERRATA.*

—

(Séance du 30 mai 1932.)

Note de M. *G.-A. Beauvais*, Sur un radiomètre sensible aux ondes de Hertz :

Page 1905, intercaler entre la 6$^{e}$ et la 7$^{e}$ ligne les 23 lignes formant les deux alinéas qui terminent la Note, depuis « Cette bande d'aluminium... » (p. 1905) jusqu'à la fin.